

Tópicos Fundamentales en Teoría de Grafos

Instituto de Cálculo, UBA - 2.º semestre 2018

Trabajo Práctico 3

1. Demostrar que si G es un grafo simple sin triángulos entonces $\alpha'(G) + \chi(\overline{G}) = |V(G)|$.
2. Demostrar que un árbol no puede tener dos matchings perfectos distintos.
3. Demostrar que si M es un matching maximal de un grafo G entonces $|M| \geq \alpha'(G)/2$.
4. Mostrar que si M es un matching de un grafo G entonces existe un matching máximo de G que satura todos los vértices saturados por M .
5. Demostrar que cada vértice de un grafo conexo G con al menos dos vértices es cubierto por algún matching máximo de G .
6. Un conjunto F de aristas de un grafo es *dominante* si cada arista del grafo tiene al menos un extremo en común con alguna arista de F . Demostrar que todo grafo sin bucles admite un conjunto dominante de aristas de tamaño mínimo que es, a su vez, un matching.
7. Demostrar la siguiente propiedad del algoritmo de las propuestas de Gale y Shapley: Si una mujer rechaza un hombre durante su ejecución entonces dicha mujer y dicho hombre no son pareja en ningún matching estable.
8. Completar los detalles de la demostración del teorema de Dulmage y Mendelsohn visto en clase.
9. Demostrar que si G es un X, Y -bigrafo y $W \subseteq V(G)$ entonces G tiene un matching que satura W si y sólo si $|N(S)| \geq |S|$ para todo conjunto independiente S de G contenido en W .
10. Demostrar que el "Algoritmo de caminos aumentantes minimales disjuntos" termina y devuelve un conjunto maximal de caminos aumentantes de longitud mínima que no comparten vértices entre sí.

Justifique todas sus respuestas.