

# ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS AVANZADAS

Take Home / 22-NOV-2022

Fecha de entrega: 6-DIC-2022.

1. Dado un grafo  $G = (V = \{v_1, \dots, v_n\}, E)$ , la matriz de distancias de  $G$  es una matriz  $D$  de  $n \times n$  donde  $d_{ij}$  es la longitud (cantidad de aristas) de camino más corto entre  $v_i$  y  $v_j$  y la matriz de sucesores de  $G$  es una matriz  $S$  también de  $n \times n$  donde  $v_{s_{ij}}$  es el primer vertice después de  $v_i$  de algun camino mínimo entre  $v_i$  y  $v_j$  recorriendo desde  $v_i$ .
  - (a) Justificar por qué conviene tener la matriz  $S$  en lugar de calcular explícitamente un camino mínimo para cada par de vertices de  $G$  dados  $G$  y  $D$ .
  - (b) Dar algoritmos eficientes para computar  $S$  y  $D$  dado un grafo  $G$ .
  - (c) En el caso que el grado máximo de los vertices de  $G$  está acotado por un valor constante  $k$ . ¿Hay algoritmos más eficientes? Si la respuesta es afirmativa, descríbanlos.
  - (d) Lo mismo que el punto anterior pero para el caso donde el diámetro de  $G$  (la distancia máxima entre pares de vertices de  $G$ ) está acotado por un valor constante  $k$ .
2. Para los siguientes problemas, encontrar un algoritmo exacto de delay polinomial (el tiempo que demora en encontrar la primera solución y el tiempo máximo entre dos soluciones consecutivas) y el espacio requerido también sea polinomial. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
  - (a) Listar todos los bicliques maximales (cliques bipartitos maximales) de un grafo bipartito. Un subconjunto de vertices  $B$  es un biclique de un grafo bipartito  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  si  $B \cap V_1 \neq \emptyset$ ,  $B \cap V_2 \neq \emptyset$  y cada vértice de  $B \cap V_1$  es adyacente a todos los vértices de  $B \cap V_2$ .
  - (b) Listar todas las permutaciones de  $n$  elementos. Sin pérdida de generalidad, estos elementos son los números naturales de 1 a  $n$ .
3. Dado un grafo  $G = (V, E)$  donde  $n = |V|$  y  $m = |E|$ .
  - (a) Dar un algoritmo eficiente que cuenta la cantidad de subgrafo inducido  $H$  de  $G$  (para cada grafo  $H$  de 4 vértices).
  - (b) Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.