Problemas de Grafos y Tratabilidad Computacional
Take Home / 27-JUN-2023

Fecha de entrega: 11-JUL-2023.

1. Determinar si existen relaciones de contención entre las siguientes subclases de grafos y fundamentar sus respuestas (en el caso afirmativo da una demostración y en el caso negativo, mostrar un grafo que está en cada diferencia de clases, hay que considerar todas las posibilidades).
   - grafos de intervalos
   - grafos de intervalos unitarios
   - grafos arco-circulares propios
   - grafos arco-circulares unitarios
   - grafos arco-circulares normales
   - grafos arco-circulares Helly
2. Probar que $G = (V = \{v_1, \cdots, v_n\}, E)$ es un grafo arco-circular si y sólo si existe una familia $\mathcal{F} = \{q_1, \cdots, q_k\}$ formada por $k \leq n$ completos (no necesariamente son cliques) de G donde para cada arista $(v, w) \in E$ existe $Q_i \in \mathcal{F}$ tal que $v, w \in Q_i$ y la matriz de incidencia M entre $\mathcal{F}$ y V (las filas de M corresponden a los completos de $\mathcal{F}$, las columnas de M a los vértices de V y $m_{i,j} = 1$ si $v_j \in Q_i$, caso contrario $m_{i,j} = 0$) cumple la propiedad de 1's circular por columnas.
3. Probar que dado un modelo de intervalos propios $\mathcal{M} = \{I_1 = (s_1, t_1), \cdots, I_n = (s_n, t_n)\}$ donde $s_1, \cdots, s_n$ están ordenados de izquierda a derecha sobre la recta real, el digrafo de segmentos asociado a $\mathcal{M}$ es fuertemente conexo. (Sugerencia: por inducción)
4. Dado G un grafo de intervalos.
   (a) Describir un algoritmo que determina un conjunto dominante mínimo de G. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
   (b) Describir un algoritmo que determina un clique transversal mínimo de G. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
5. Dar un algoritmo lo más eficiente posible que devuelve un clique máximo de G, siendo G un grafo arco-circular. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.