Jornadas del IC, 14 de marzo de 2019

Dinámica de propensiones en la toma de decisiones: polarización vs consenso

Federico Vázquez

Instituto de Cálculo
Universidad de Buenos Aires

Física Estadística del no-equilibrio

aplicación a problemas en

Dinámica social:
formación de opiniones
competition de lenguas
propagación rumores/culturas
(modelos votante, Axelrod)

Epidemiologia:
propagación de enfermedades
Contagiosas (modelos SIS, SIR)

Ecología:
coexistencia entre especies
(procesos de contacto)

Física Estadística del no-equilibrio

aplicación a problemas en

Dinámica social:
formación de opiniones
competition de lenguas
propagación rumores/culturas
(modelos votante, Axelrod)

Epidemiologia:
propagación de enfermedades
Contagiosas (modelos SIS, SIR)

Ecología:
coexistencia entre especies
(procesos de contacto)

Metodología:

- Construcción/análisis de modelos de agentes interactuantes.
- Topología de interacción:
  - campo medio (todos con todos)
  - redes cuadradas (1d, 2d)
  - redes complejas (Erdos-Renyi, scale-free)
  - multiplex (redes de capas multiples)

Herramientas:

- Numérica: programación / método Monte Carlo.
- Analítica:
  - Técnicas de procesos estocásticos:
    Ecuaciones Maestras / Fokker-Planck / Langevin.
    Teoría de fenómenos críticos / transiciones de fase.
    Técnicas de primer pasaje.
  - Dinámica no-lineal: Sistemas dinámicos.

Herramientas:

- Numérica: programación / método Monte Carlo.
- Analítica:
  - Técnicas de procesos estocásticos:
    Ecuaciones Maestras / Fokker-Planck / Langevin.
    Teoría de fenómenos críticos / transiciones de fase.
    Técnicas de primer pasaje.
  - Dinámica no-lineal: Sistemas dinámicos.

Planes:

- Procesos dinámicos acoplados en redes múltiples.
- Movimiento colectivo de partículas autopropulsadas.
- Fenómeno de polarización (modelos/experimentos).

Dinámica de propensiones en la toma de decisiones: polarización vs consenso

en colaboración con:

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales · UBA

Nicolás Saintier,

Juan Pablo Pinasco,

Departamento de Matemática, UBA

Abelson (1964):
"El consenso es inevitable en una población de individuos que acercan sus posturas al interactuar."

Pero…patrones empíricos de opiniones se asemejan a los de bi-polarización!!

Bi-polarización: formación de dos grupos con opiniones antagónicas que intensifican sus diferencias en el tiempo.

Polarización de la opinión la pública:
Debate sobre la ley de aborto





No al aborto!

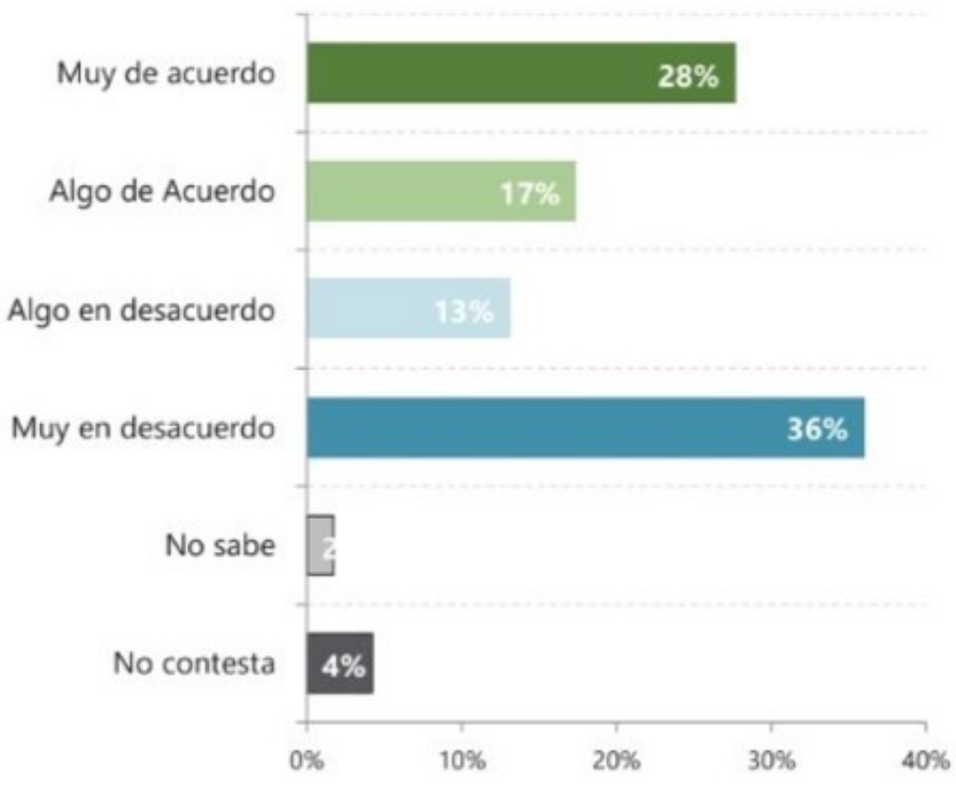
Sí al aborto!

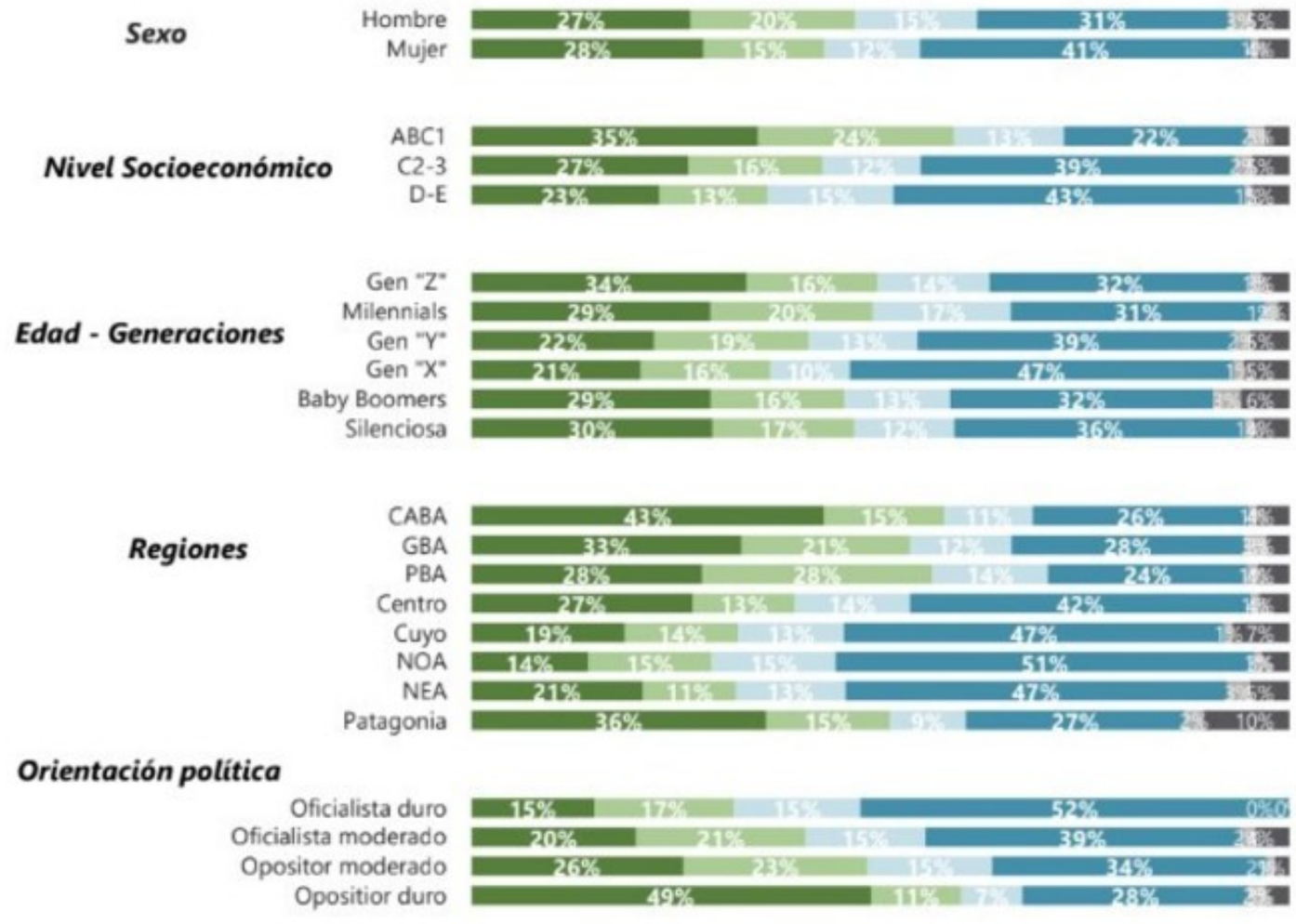
Polarización de la opinión la pública

Universidad de San Andrés

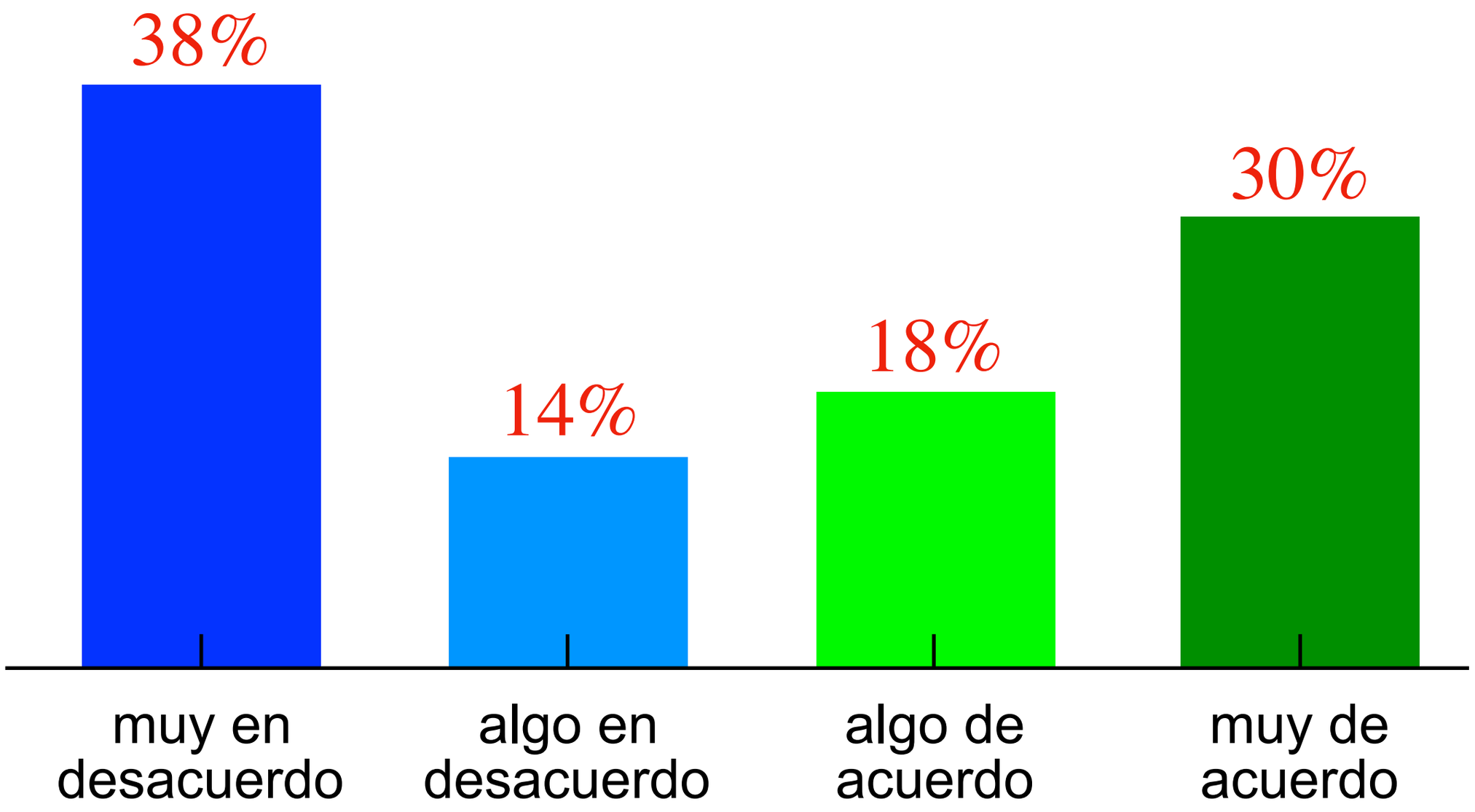
Ley de Interrupción Voluntaria del Embarazo

P11.D. ¿Podría decirnos cuán de acuerdo o desacuerdo está con el proyecto de ley que garantiza un aborto legal, seguro y gratuito?

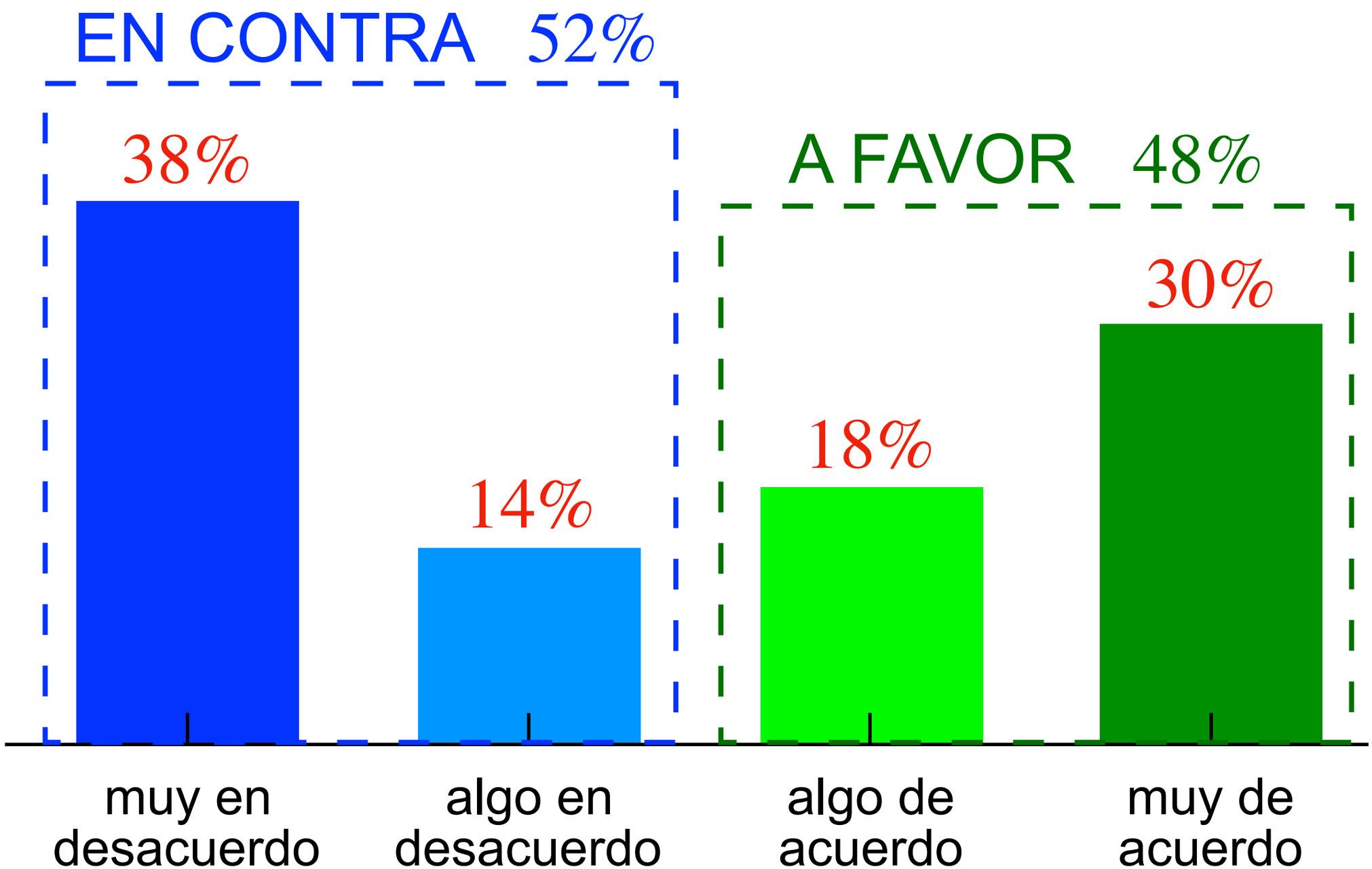




Polarización de la opinión la pública



Polarización de la opinión la pública

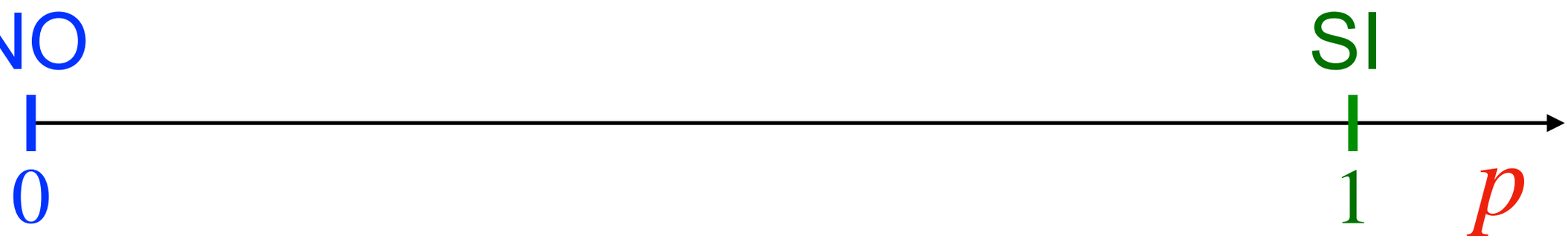


Pregunta fundamental en sociología teórica:

¿Qué hay que asumir para generar las distribuciones bimodales de opinión encontradas en estudios sobre división política?

Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



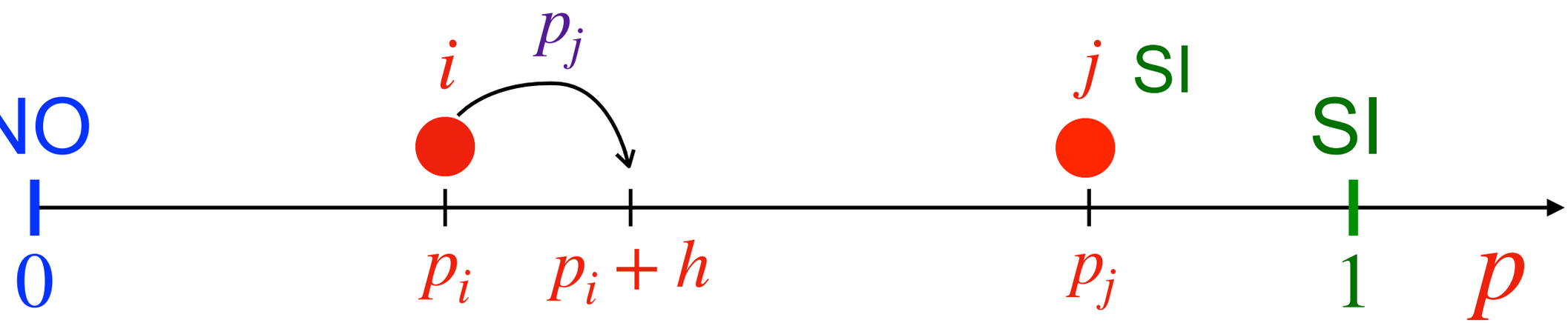
Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



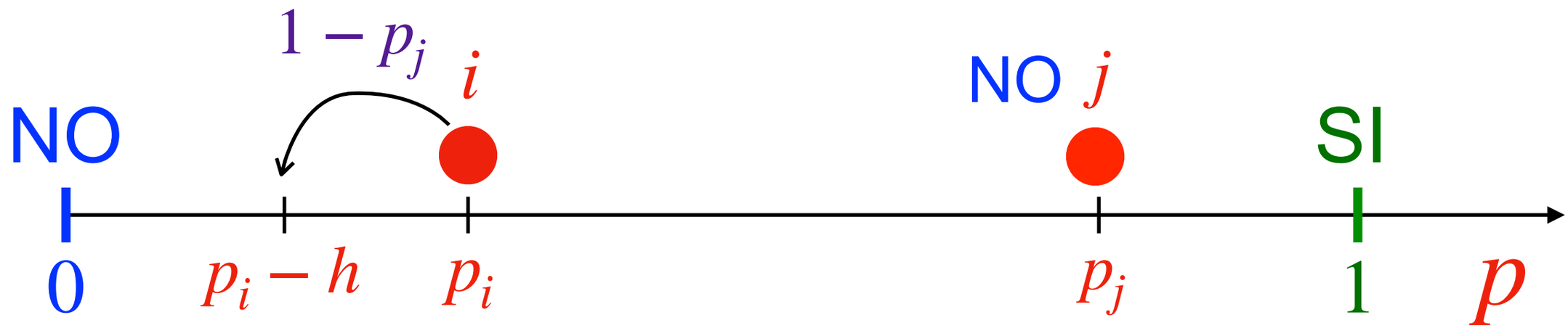
Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



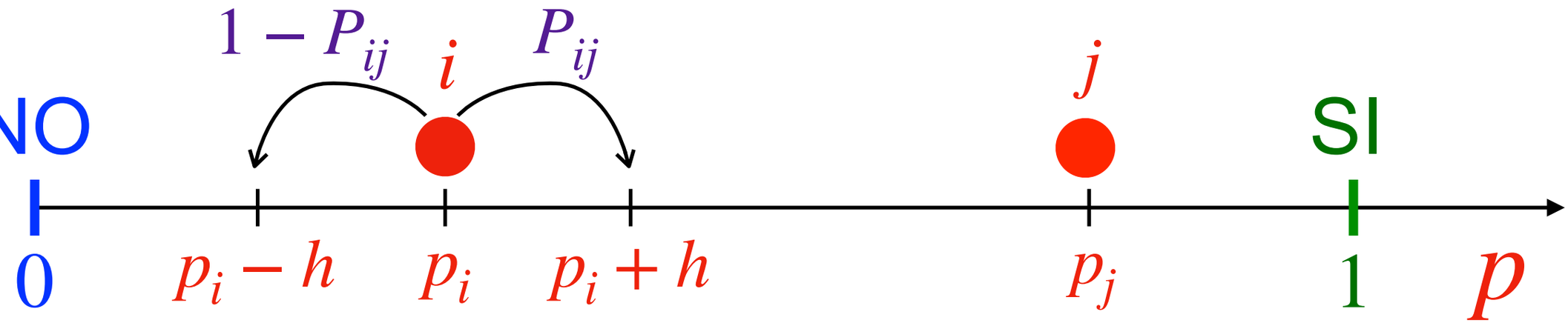
Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



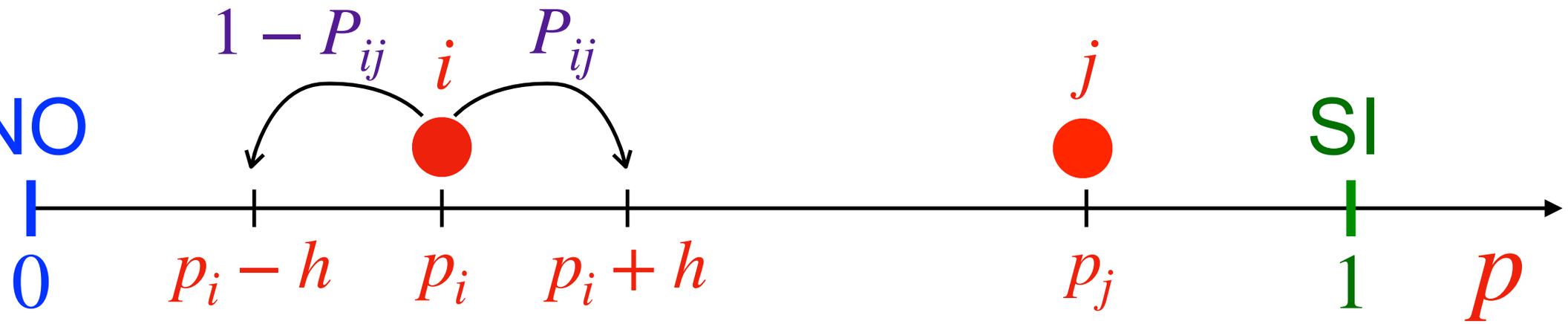
Modelo de polarización

p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



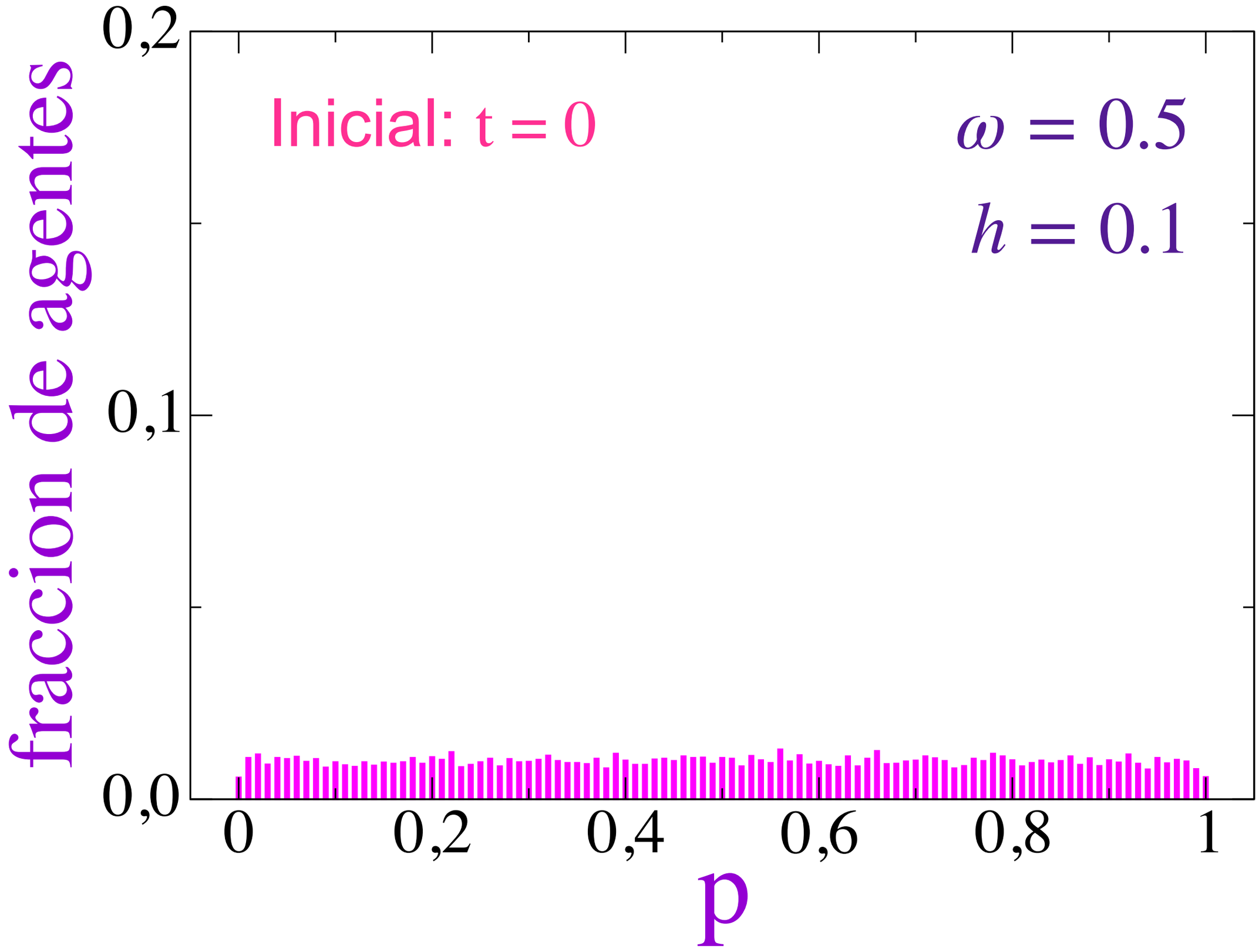
Modelo de polarización

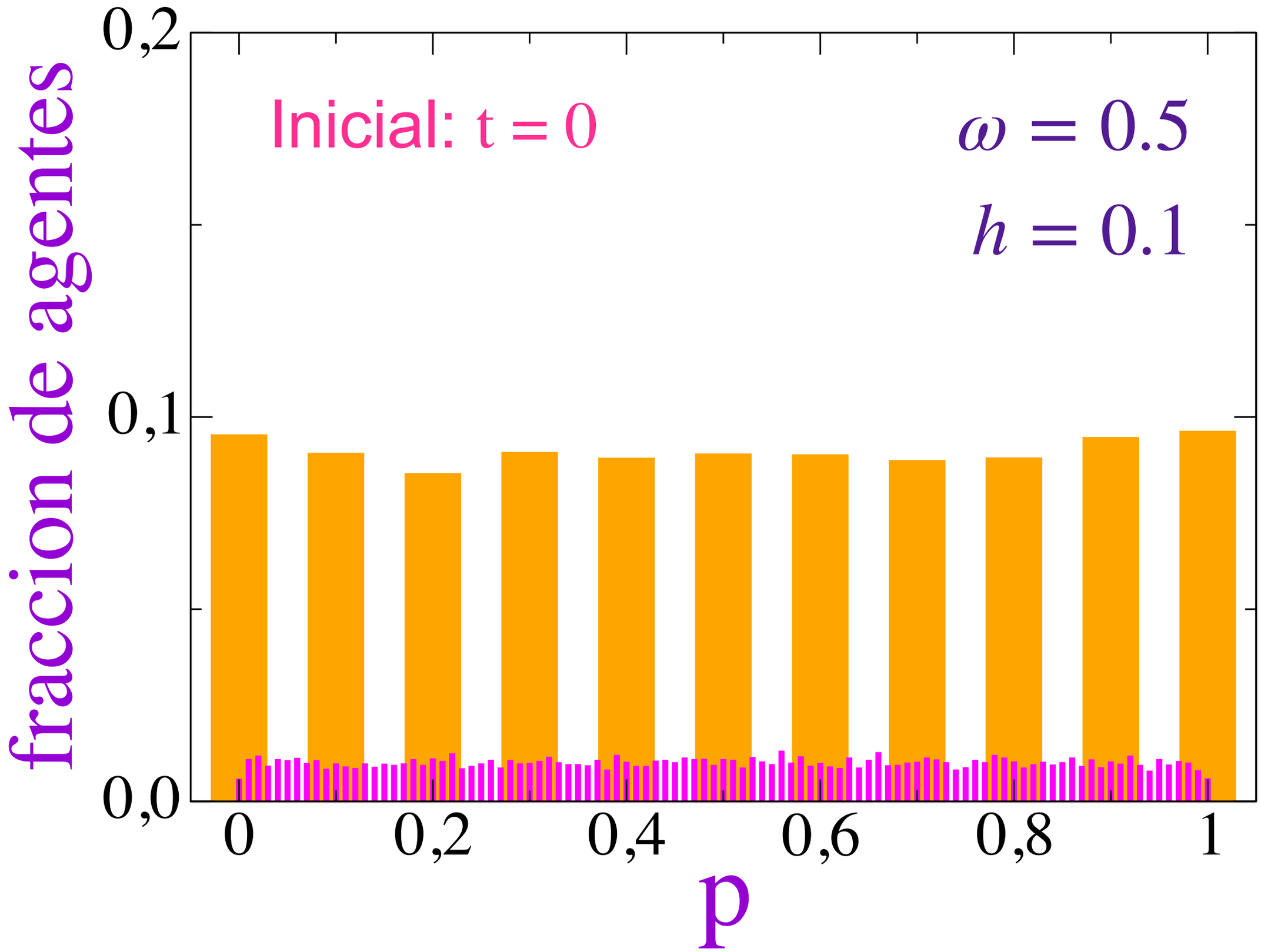
p = propensión / inclinación a elegir: "Si al aborto legal."



$$P_{ij} = \omega\, p_i + (1 - \omega)\, p_j$$

$0 \leq \omega \leq 1$ (peso de la propensión propia)


Inicial: t = 0
$\omega = 0.5$
$h = 0.1$
fracción de agentes
0,2
0,1
0,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p


Inicial: t = 0
$\omega = 0.5$
$h = 0.1$
fraccion de agentes
0,2
0,1
0,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

Evolución de la fracción n_k de agentes con $p = k\,h$.

$k = 0,..,S = 1/h$

$$\frac{dn_0}{dt} = \left[1 - \omega h - (1-\omega)m)\right] n_1 - (1-\omega)m\, n_0$$

$$\frac{dn_k}{dt} = \left[\omega h(k-1) + (1-\omega)m\right] n_{k-1} - n_k$$
$$+\left\{1 - \left[\omega h(k+1) + (1-\omega)m\right]\right\} n_{k+1} \quad \text{para} \quad 1 \le k \le S-1$$

$$\frac{dn_S}{dt} = \left[\omega(1-h) + (1-\omega)m\right] n_{S-1} - (1-\omega)(1-m)n_S$$

$$m = \langle p \rangle = h \sum_{k=0}^{S} k\, n_k \quad \text{propensión media}$$

Solución estacionaria para $\omega = 1/2$.

$$n_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{S} g_{k,m}} \quad \text{y}$$

$$n_k = g_{k,m}\, n_0, \quad \text{para} \;\; 1 \leq k \leq S$$

$$g_{k,m} = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{h} + k\right)\, \Gamma\left(\frac{2-m}{h} - k\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{h}\right)\, \Gamma\left(\frac{2-m}{h}\right)}$$

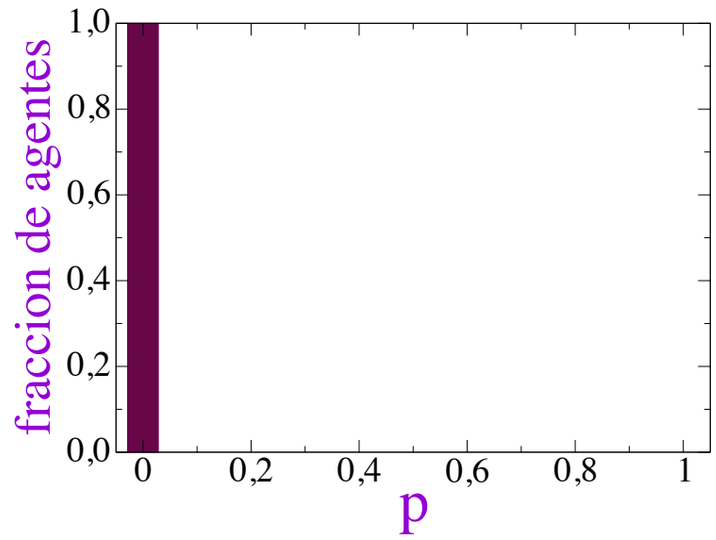
$$m = \langle p \rangle = h \sum_{k=0}^{S} k\, n_k = h\, n_0 \sum_{k=1}^{S} k\, g_{k,m} \quad \Rightarrow$$

$$m + \sum_{k=1}^{S} (m - kh)\, g_{k,m} = 0$$ polinomio de orden $S+1$

Solo 3 raíces son reales!: m=0, 1, 1/2

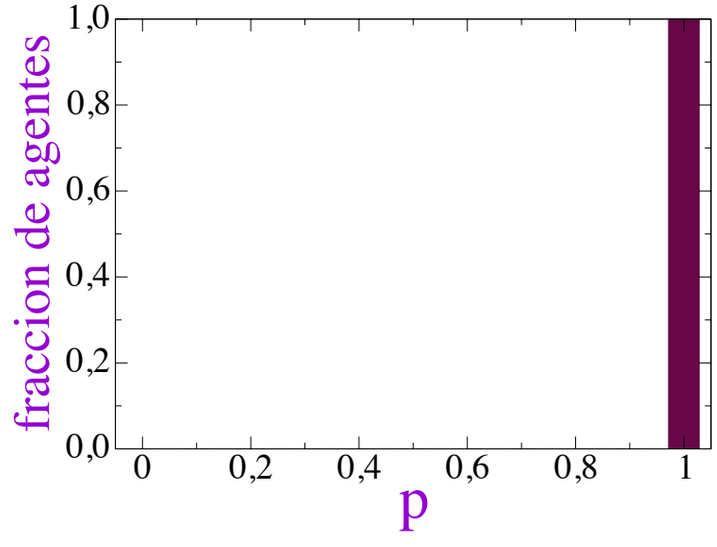
m=0 : consenso en $p=0$

$n_0 = 1, \quad n_k = 0 \quad (1 \le k \le S)$



m=1 : consenso en $p=1$

$n_S = 1, \quad n_k = 0 \quad (0 \le k \le S-1)$



m=1/2 : estado polarizado simétrico en $k = S/2$ *(p=1/2)*

$$n_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{S} g_{k,1/2}} \quad \text{y} \quad n_k = g_{k,1/2}\, n_0, \quad \text{para} \;\; 1 \le k \le S$$

$$g_{k',1/2} = \frac{\Gamma\left(S - k'\right)\, \Gamma\left(S + k'\right)}{\Gamma\left(\frac{S}{2}\right)\, \Gamma\left(\frac{3S}{2}\right)}$$

$$k' \equiv \frac{S}{2} - k$$

$$-\frac{S}{2} \le k' \le \frac{S}{2}$$

$$h = 0.1, \quad S = \frac{1}{h} = 10$$

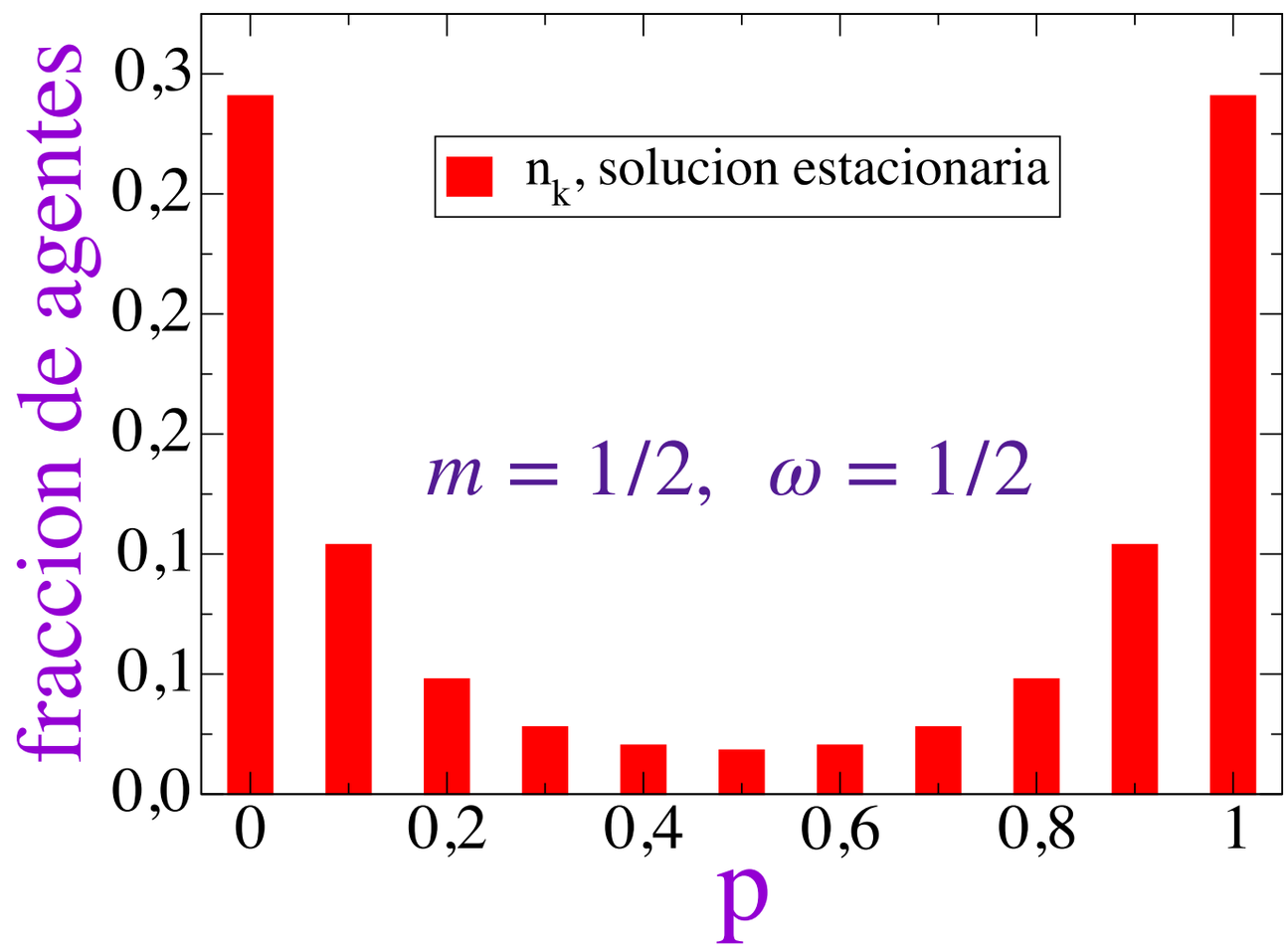
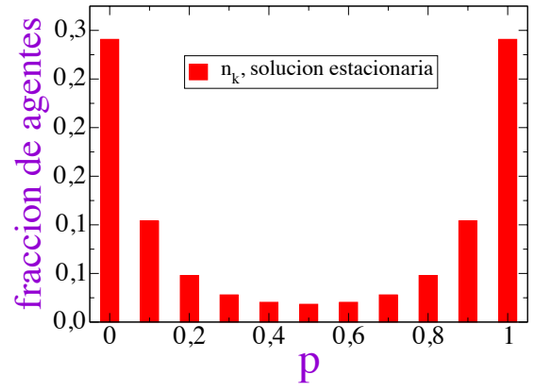


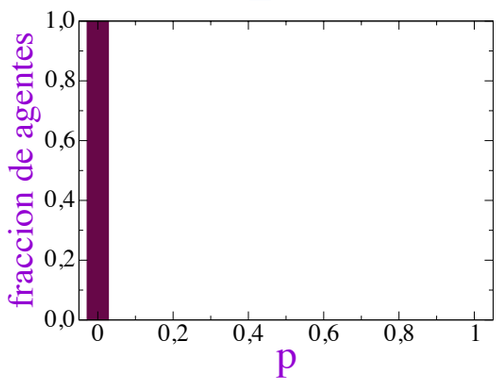
Diagrama de flujos

Línea n_k simétrico en $\langle p \rangle = m = 1/2$



Gaussiana invertida (polarización)

consenso en $p=0$



consenso en $p=1$

Límite continuo $h \to 0$, con $m = 1/2$, $\omega = 1/2$.

$$n_k \to n(p), \qquad p = kh, \quad k = 0,\ldots S = 1/h \gg 1$$

Ecuación sobre la línea $n(p)$ simétrico:

$$\frac{\partial n(p,t)}{dt} = -\frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial p}\left[(2p-1)\,n(p,t)\right] + \frac{h^2}{2}(1-h)\frac{\partial^2 n(p,t)}{\partial^2 p}$$

Solución estacionaria:

$$h(1-h)\frac{d^2 n(p)}{dp^2} - \frac{d}{dp}\left[(2p-1)n(p)\right] = 0$$

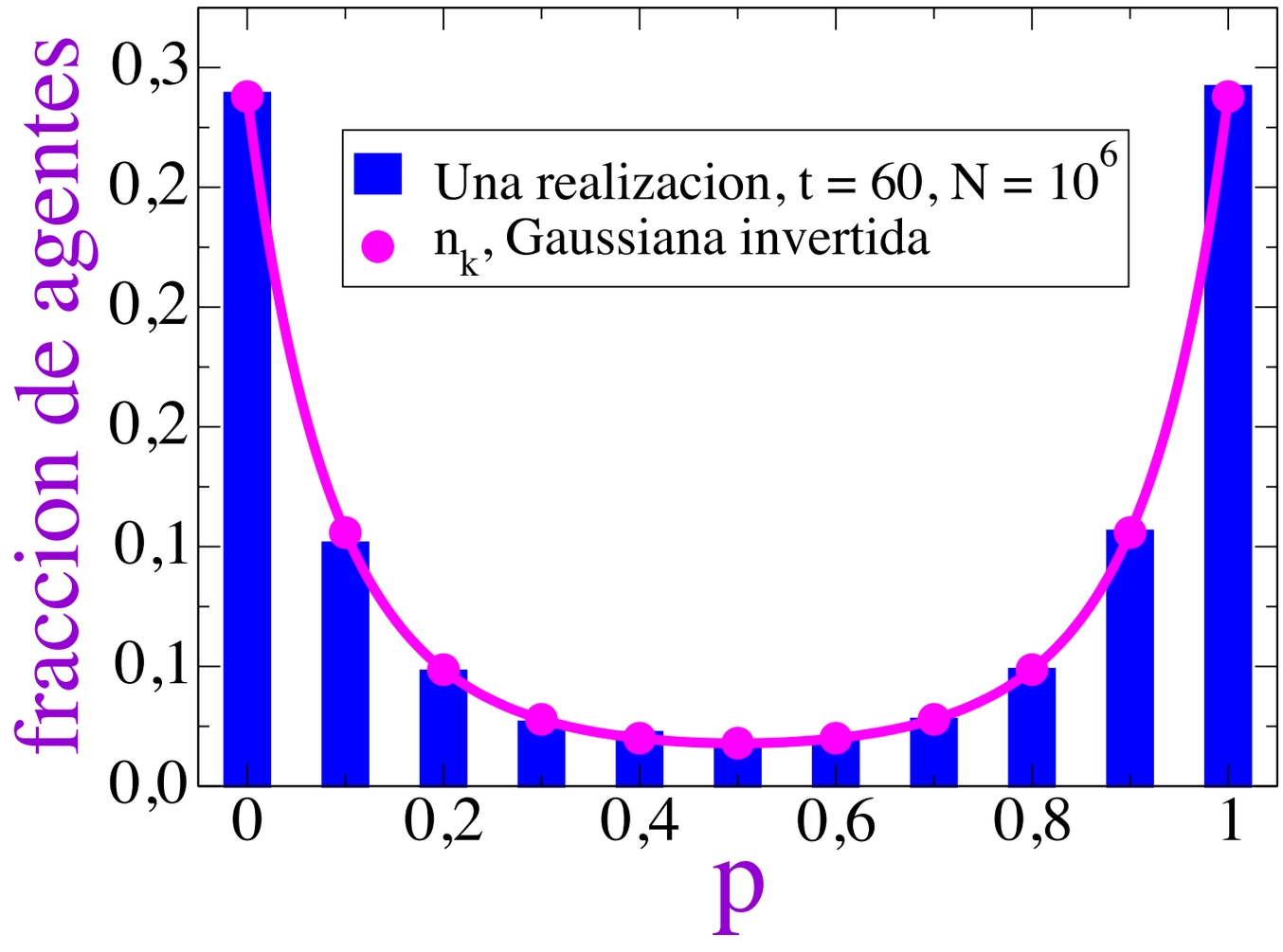
Cond. contorno simétricas:

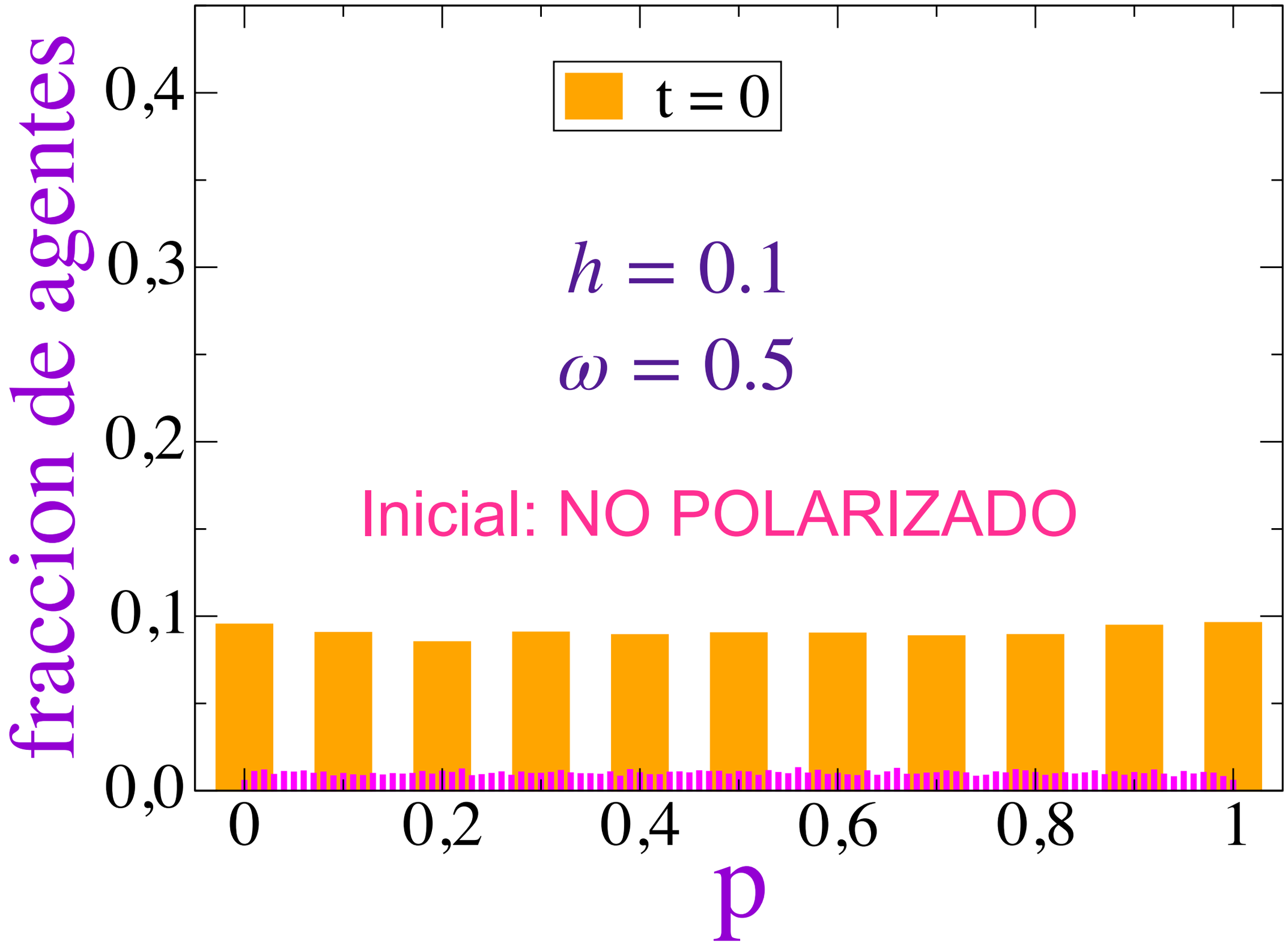
$$n(0) = n(1) \qquad \left.\frac{dn}{dp}\right|_{p=0} = -\left.\frac{dn}{dp}\right|_{p=1}$$

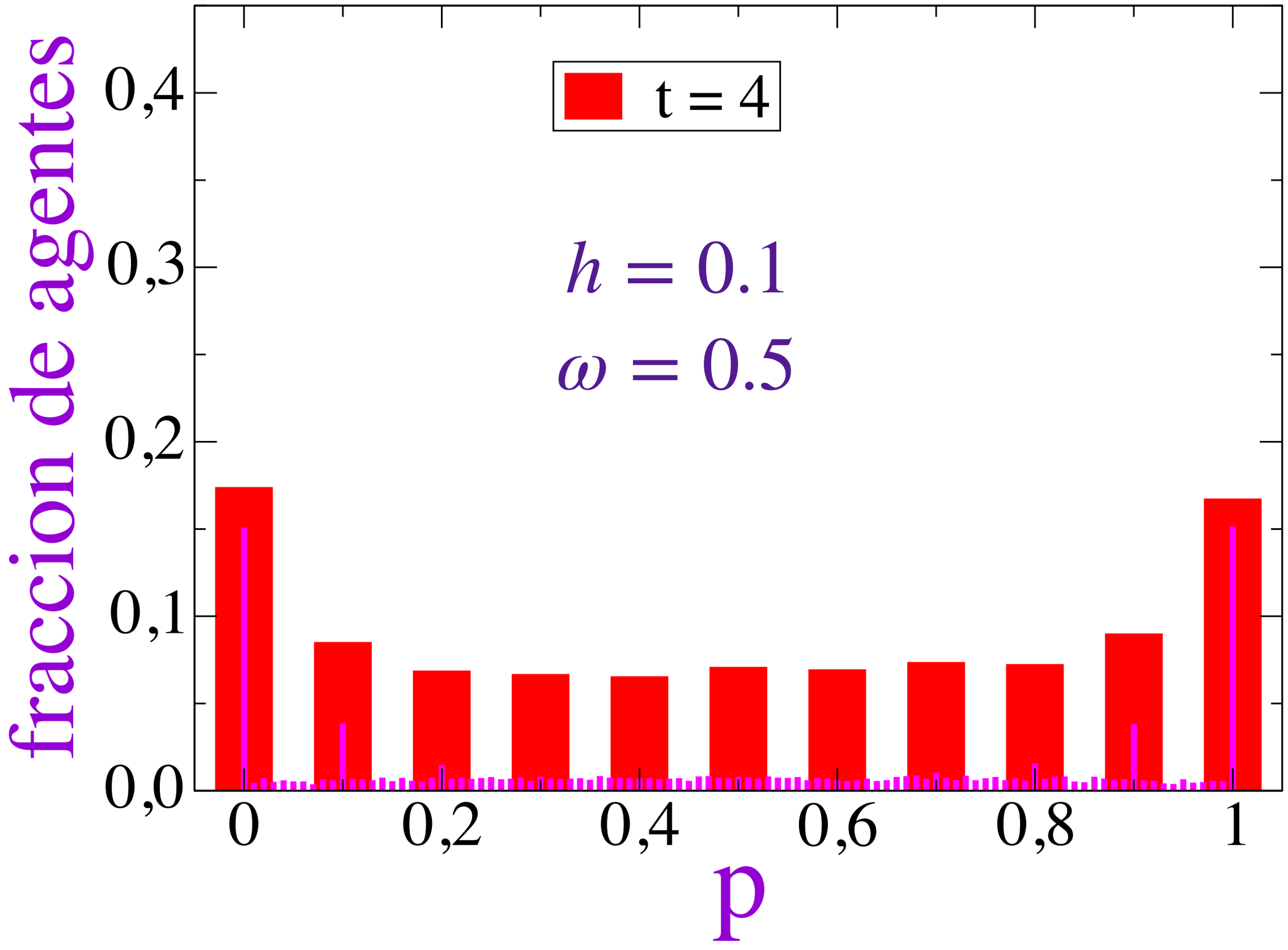
Solución estacionaria: Gaussiana invertida

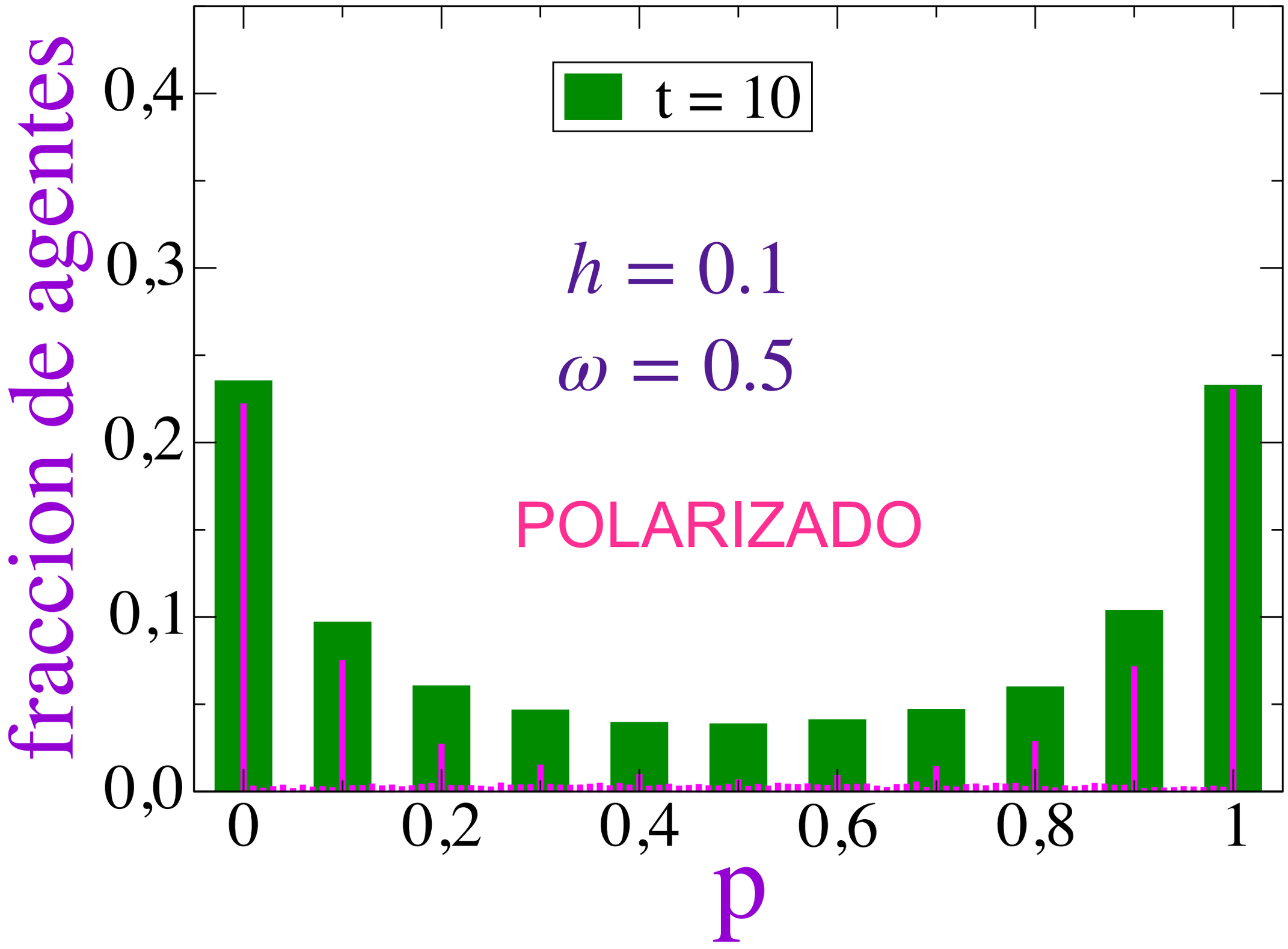
$$n(p) = C\, e^{\frac{(p-1/2)^2}{h(1-h)}}$$

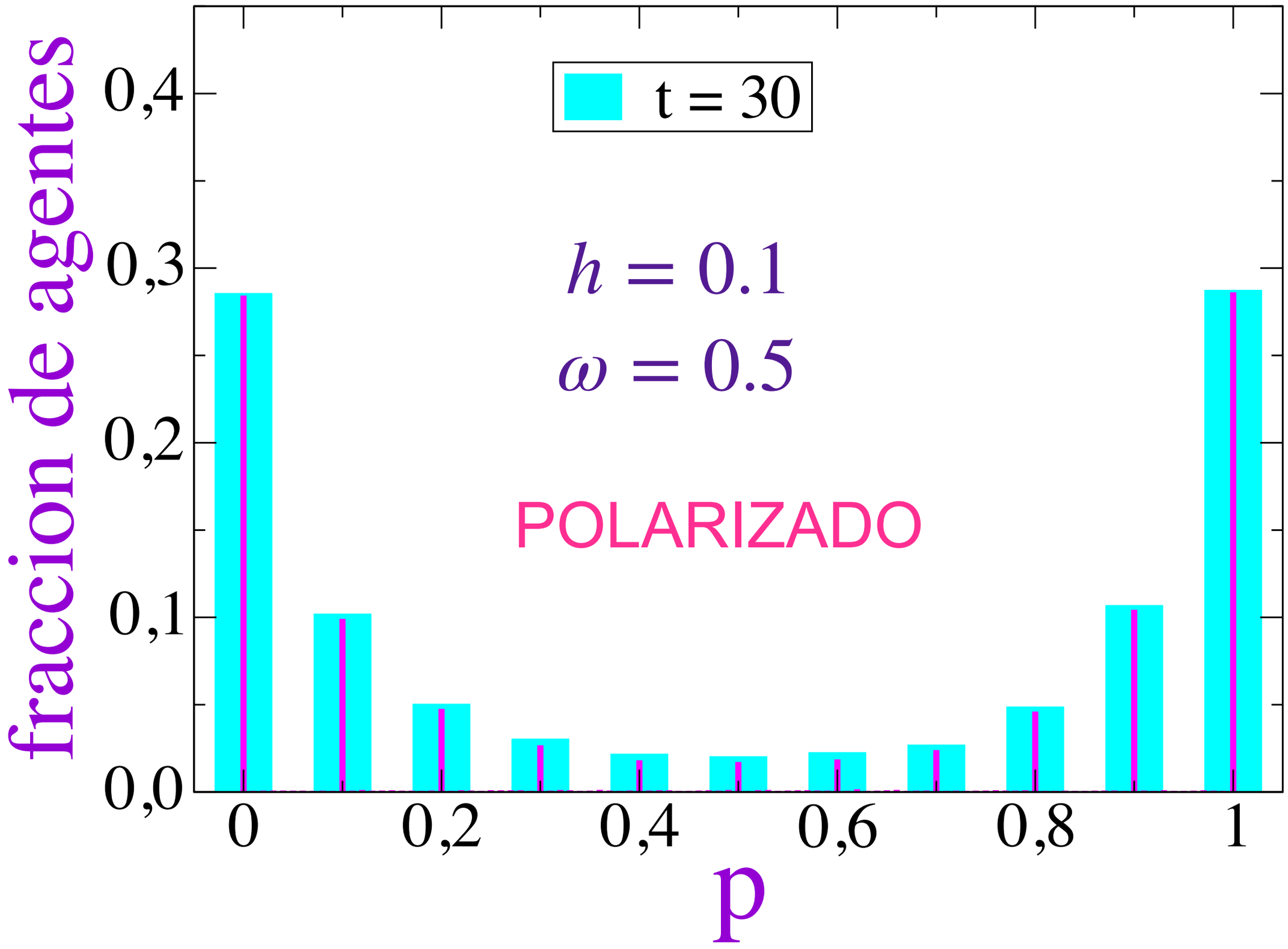
$$n_k = \frac{e^{\frac{(kh-1/2)^2}{h(1-h)}}}{\sum_{k=0}^{S} e^{\frac{(kh-1/2)^2}{h(1-h)}}}$$

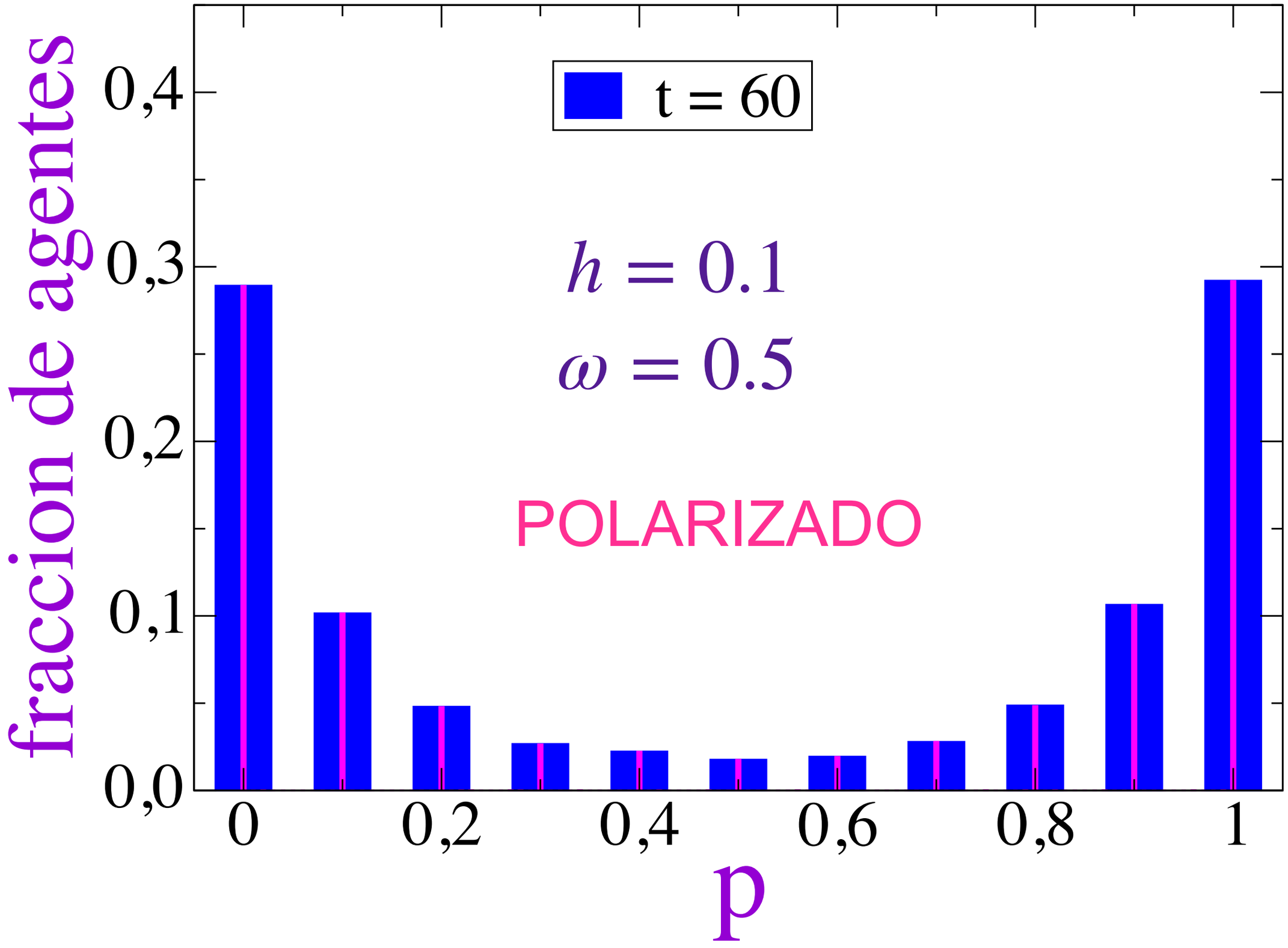


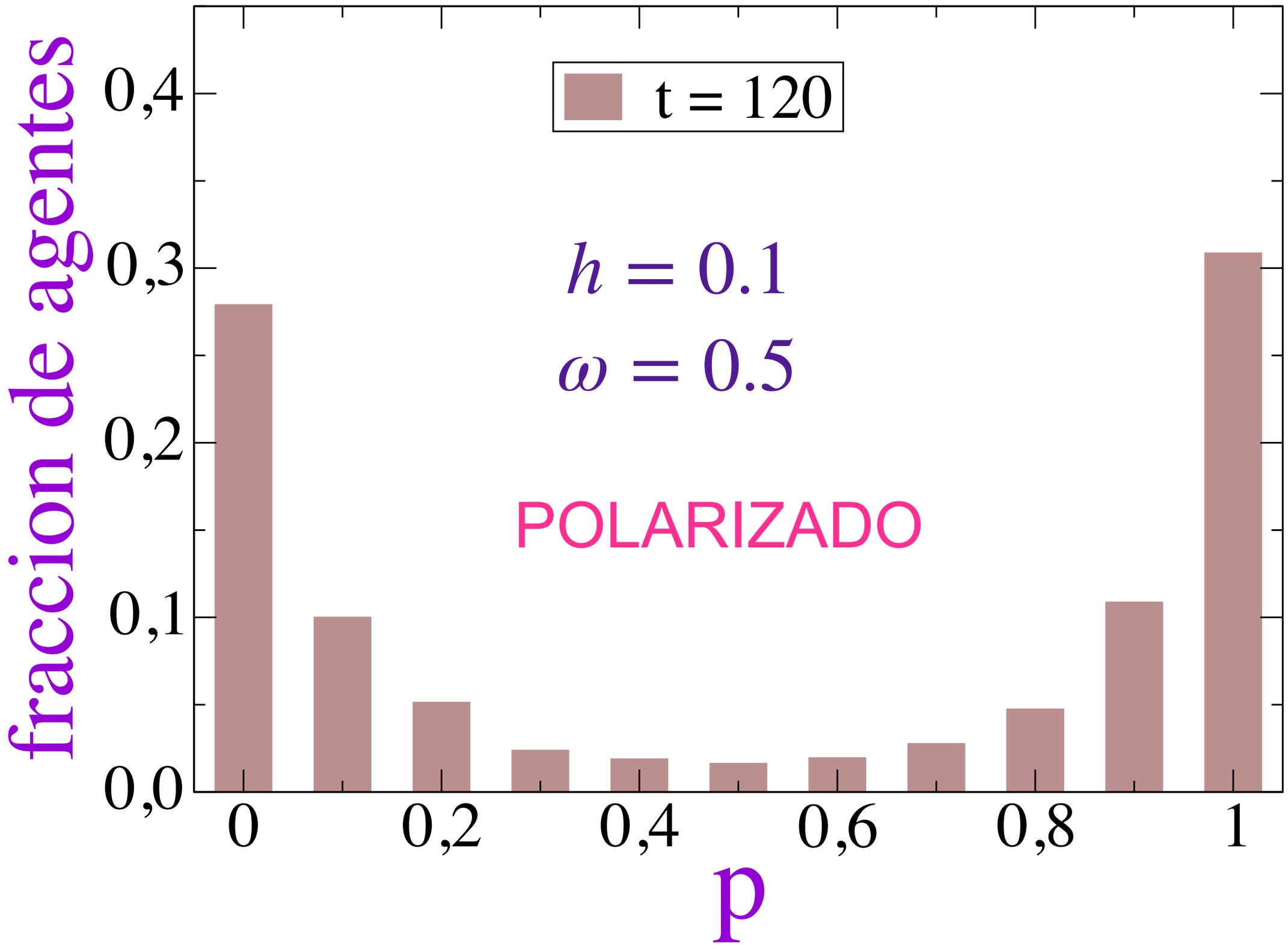

fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 0
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
Inicial: NO POLARIZADO
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

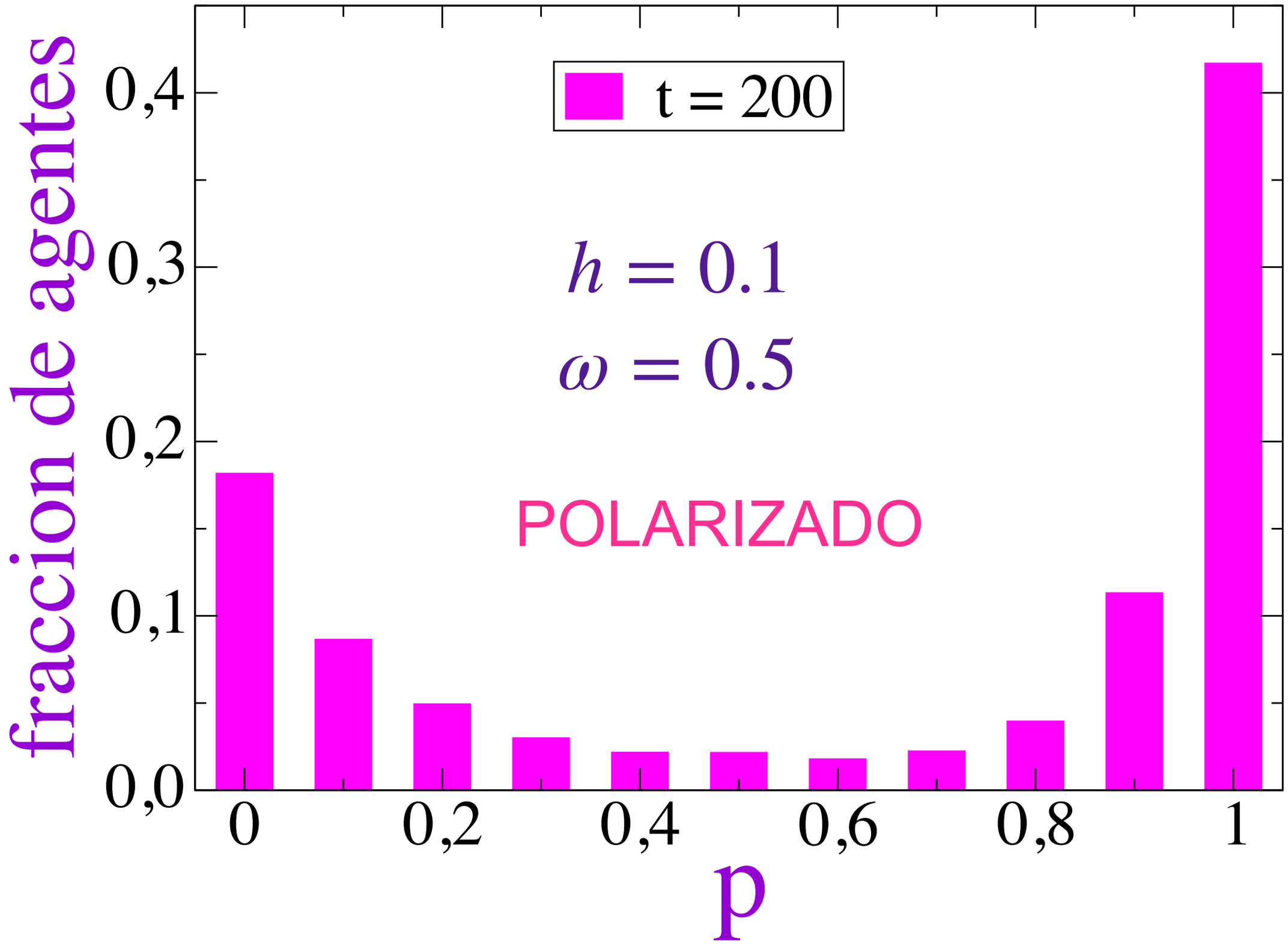

fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 4
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

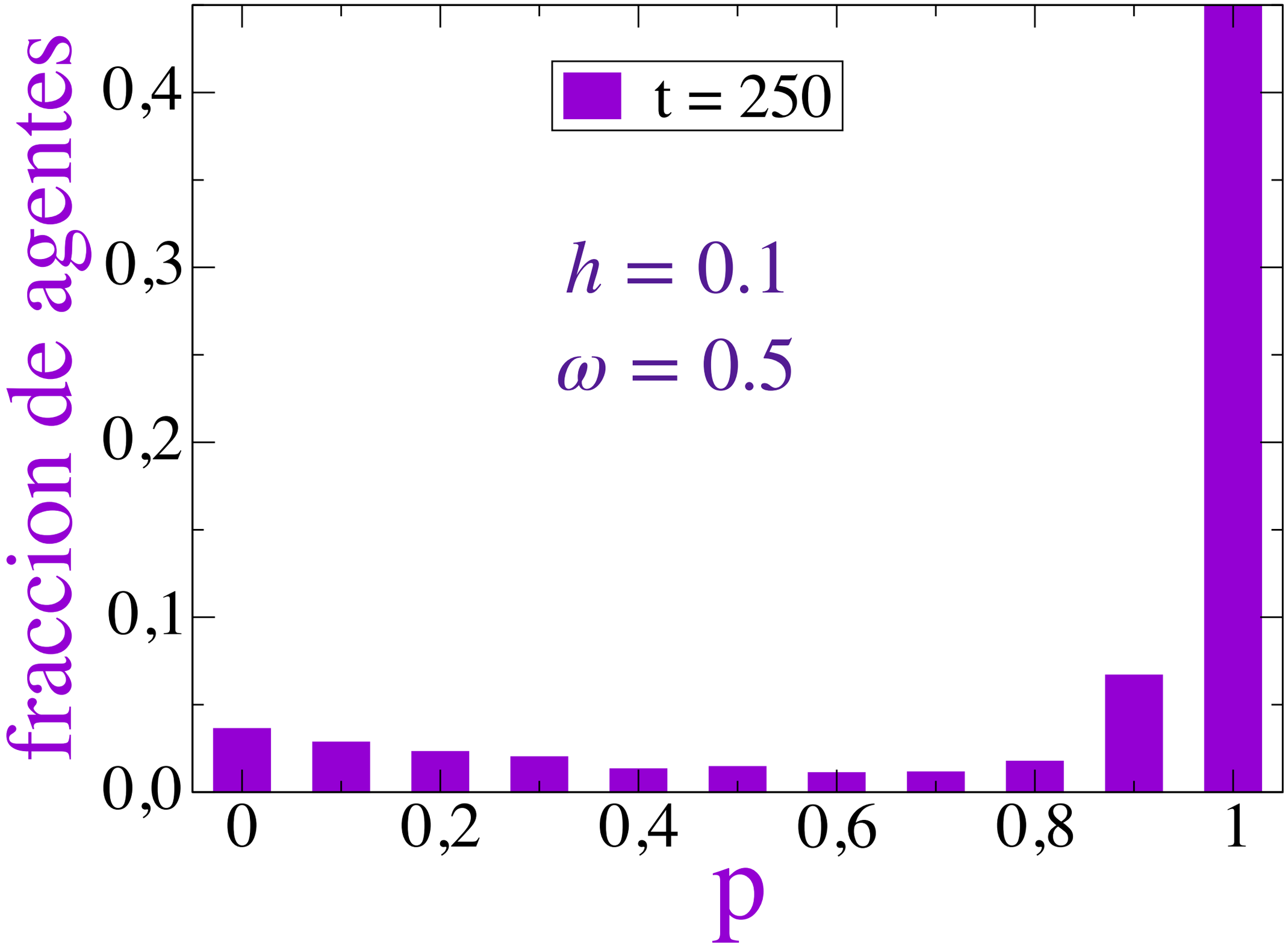

fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 10
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
POLARIZADO
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

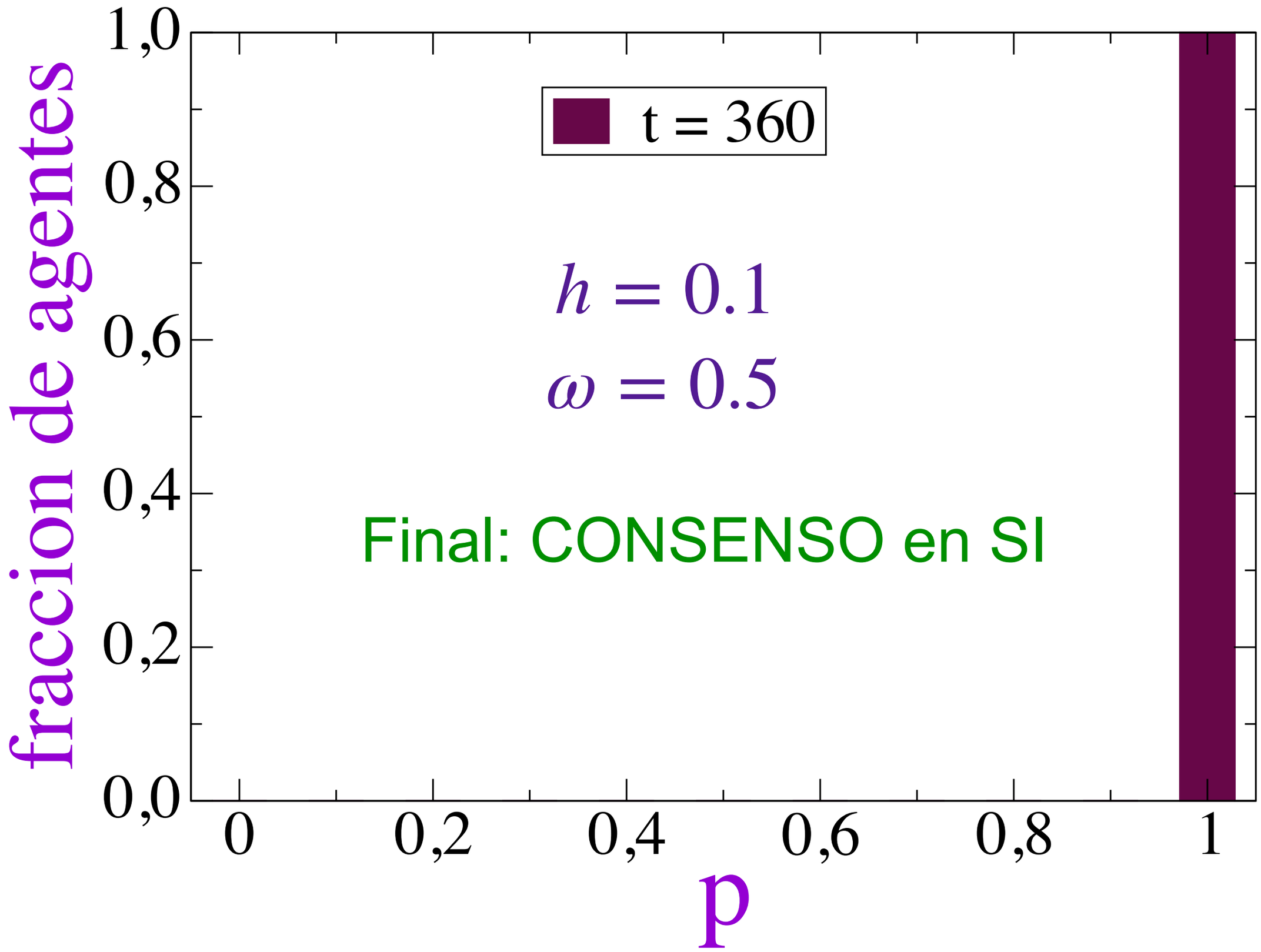

t = 30
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
POLARIZADO
fracción de agentes
p
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1


fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 60
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
POLARIZADO
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p


fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 120
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
POLARIZADO
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p


fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 200
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
POLARIZADO
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p


fracción de agentes
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
t = 250
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

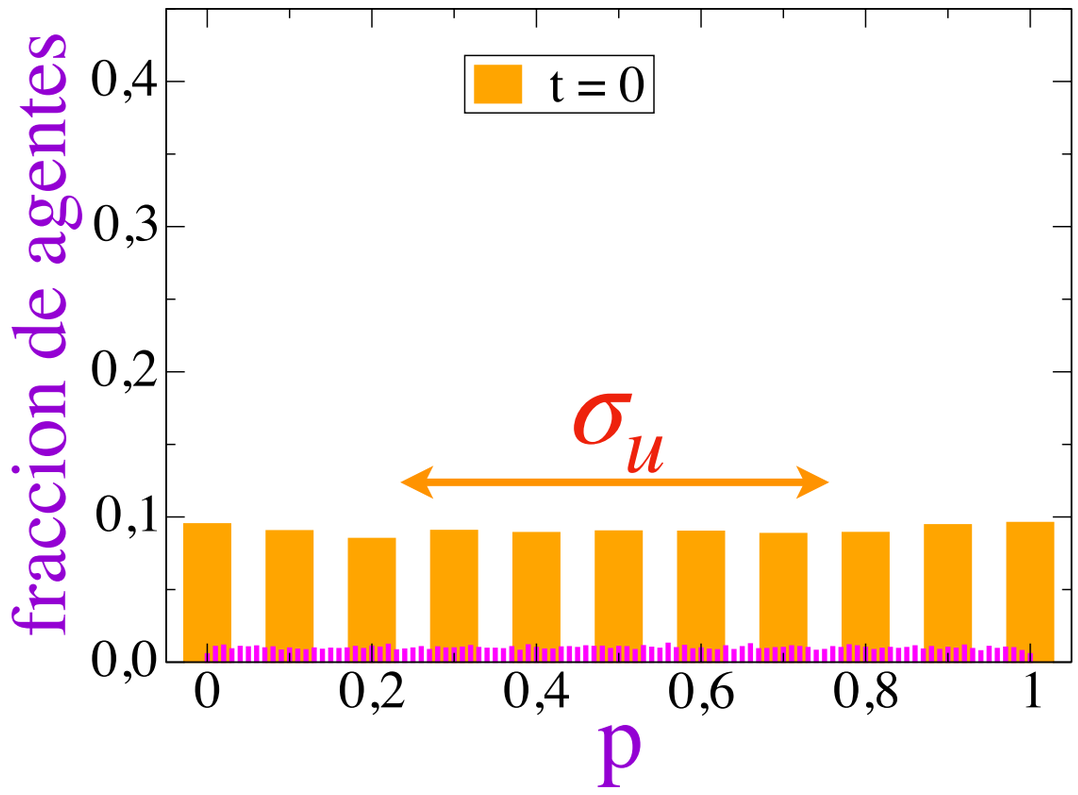

fraccion de agentes
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
t = 360
$h = 0.1$
$\omega = 0.5$
Final: CONSENSO en SI
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
p

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \text{nivel de polarización}$$

$$\sigma^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 = \text{ancho de } f(p)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \text{nivel de polarización}$$

$$\sigma^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 = \text{ancho de } f(p)$$



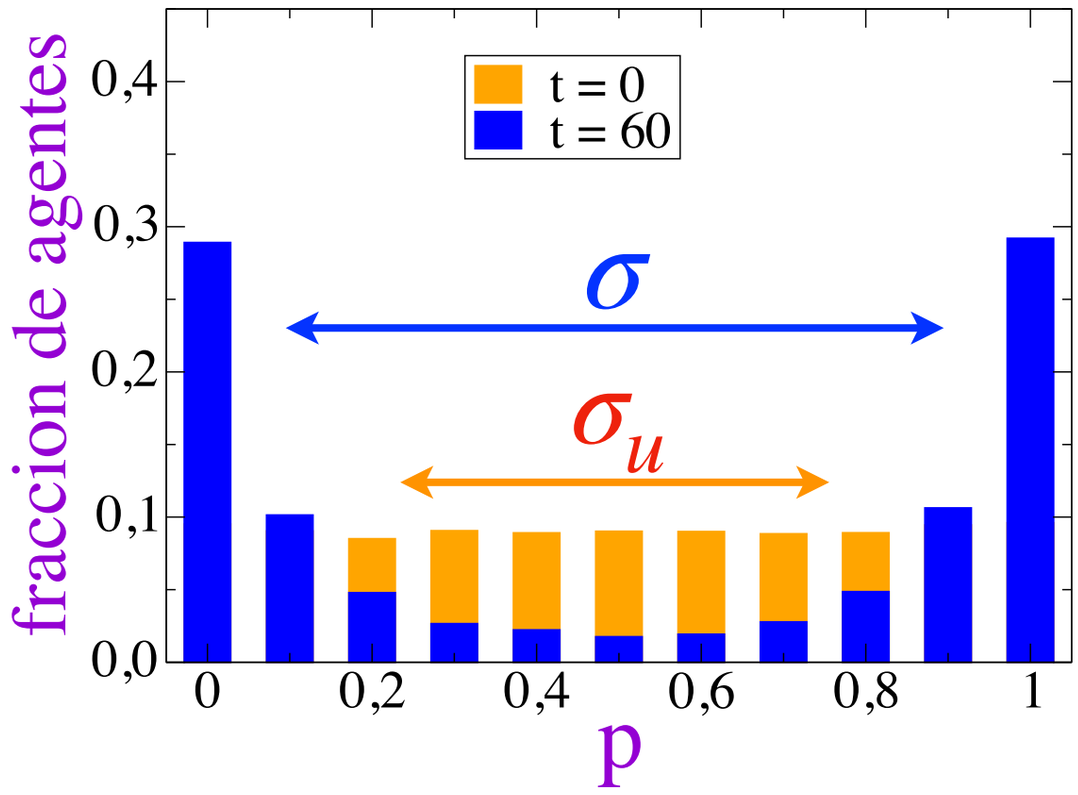
$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{h}{6}}$$

ancho distribución uniforme

$$f_u(p) = \frac{1}{S+1} \sum_{k=0}^{S} \delta(p - kh)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \text{nivel de polarización}$$

$$\sigma^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 = \text{ancho de } f(p)$$

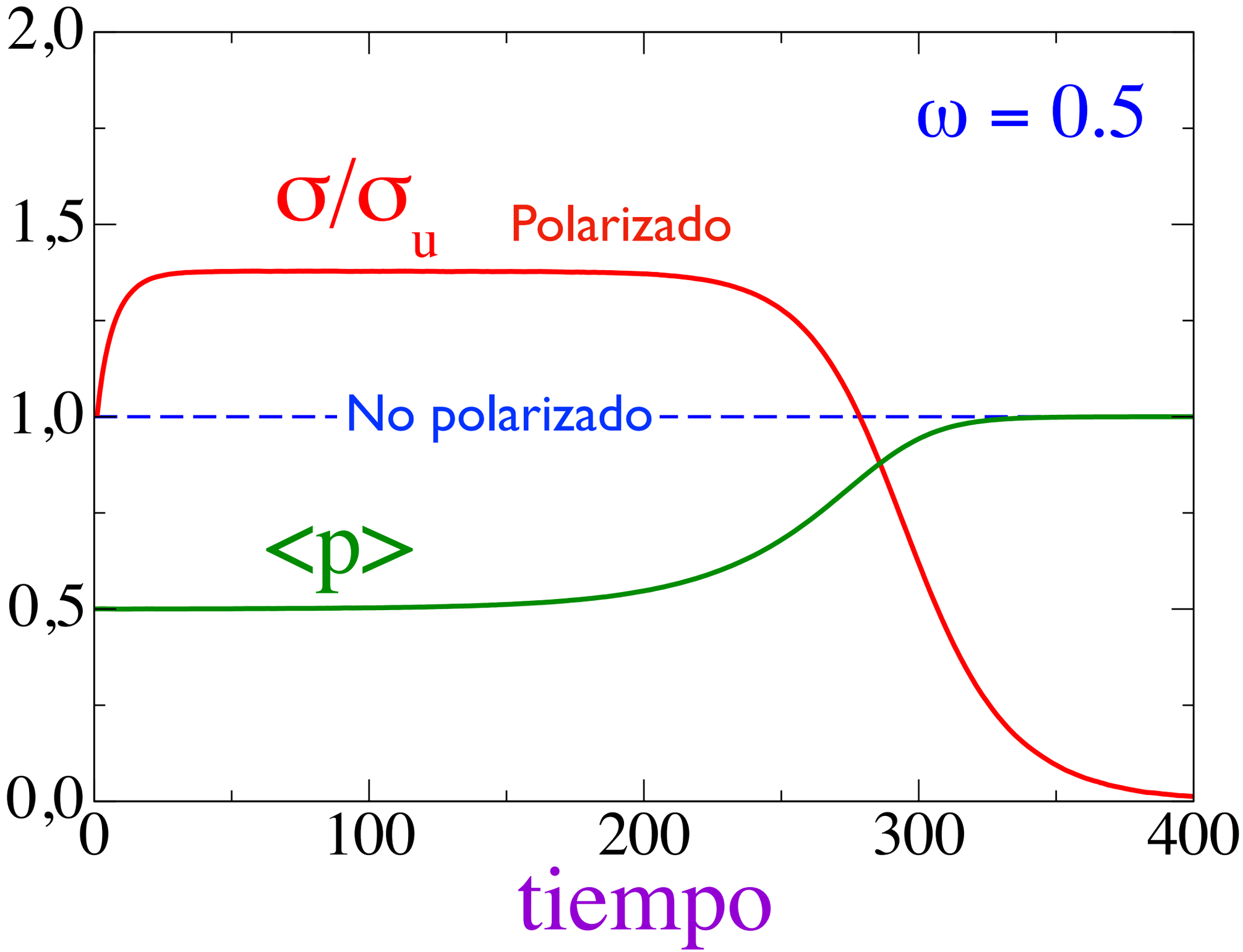


$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{h}{6}}$$

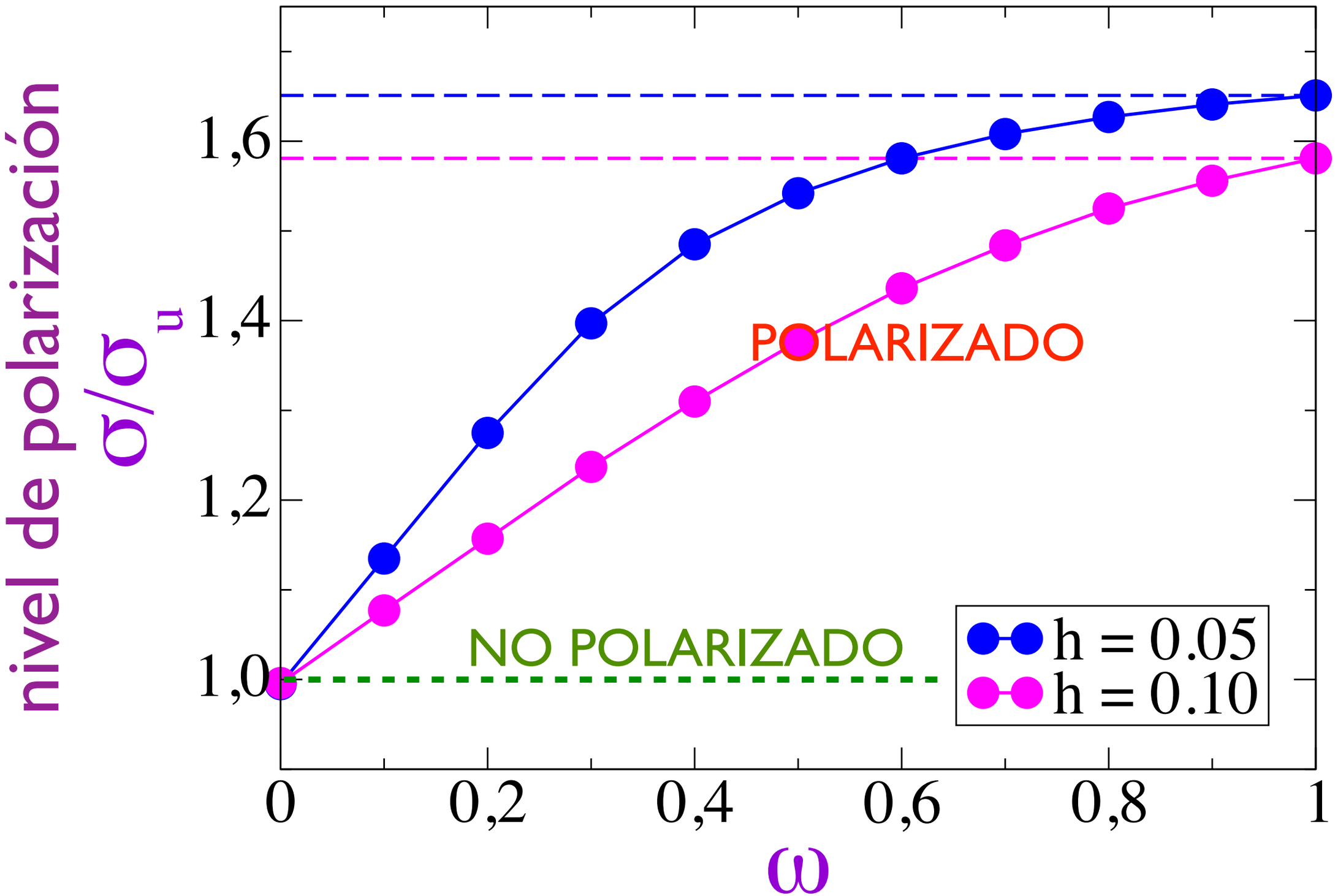
ancho distribución uniforme

$$f_u(p) = \frac{1}{S+1} \sum_{k=0}^{S} \delta(p - kh)$$

Evolución del nivel de polarización



Polarización para $\omega > 0$!



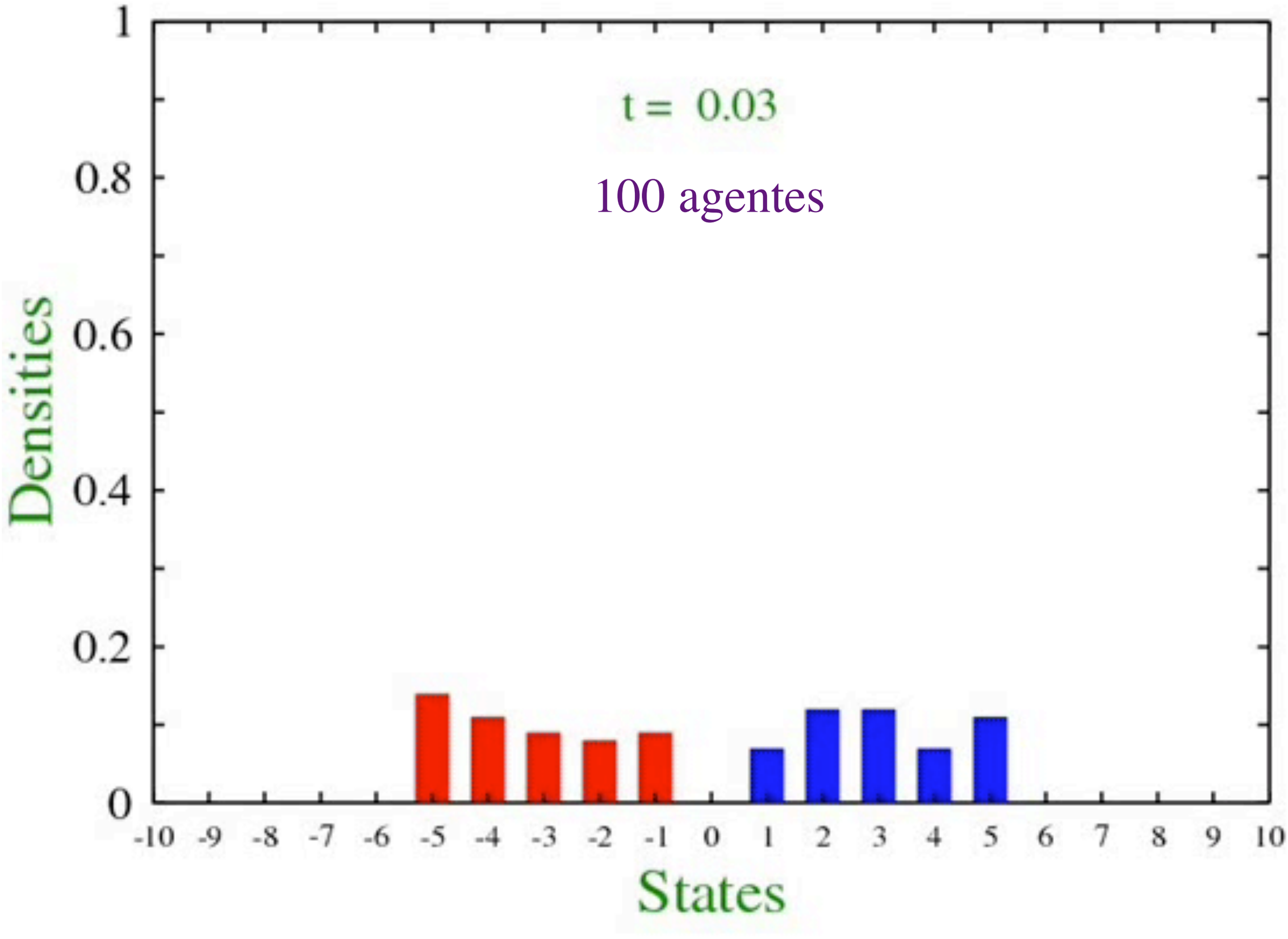
Resumen

- Un pequeño peso $\omega > 0$ asignado a la propia propensión es suficiente para polarizar al sistema.

- Analogía con modelo de segregación de Schelling (1969).

- Polarización aumenta continuamente con ω.

- Trabajo en progreso: ¿Distribución estacionaria de propensiones para todo ω y m?

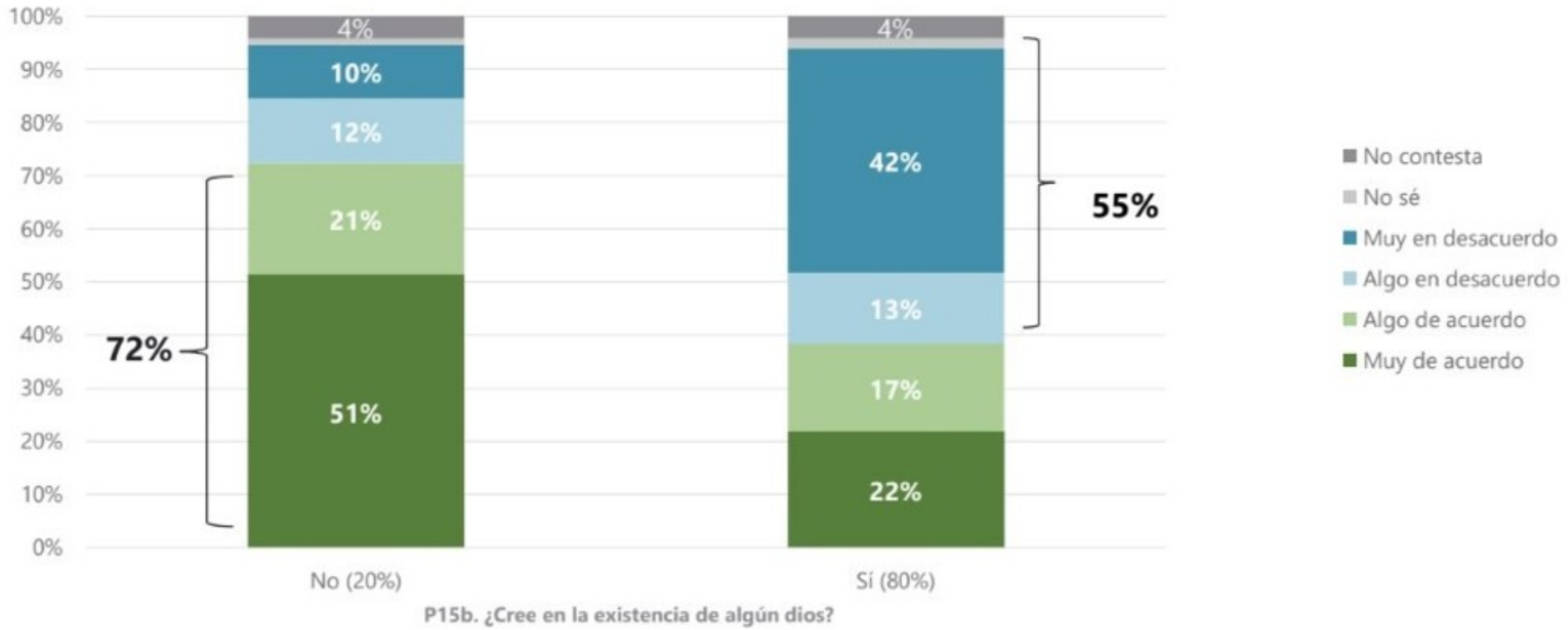

t = 0.03
100 agentes
Densities
States
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Polarización de la opinión la pública

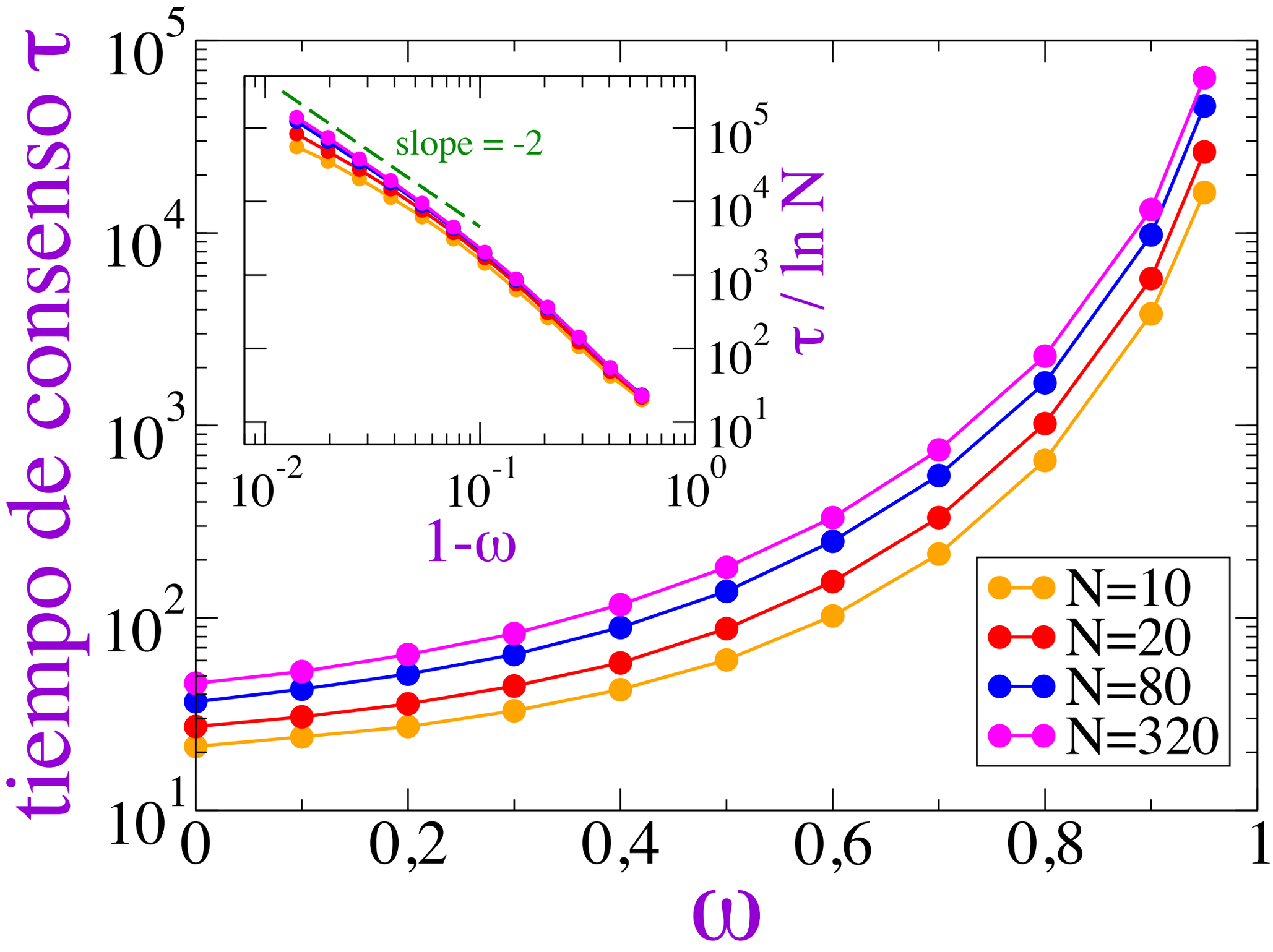
Universidad de SanAndrés

LIVE según creencia en dios

P11D. ¿Podría decirnos cuán de acuerdo o desacuerdo está con el proyecto de ley que garantiza un aborto legal, seguro y gratuito?



P15b. ¿Cree en la existencia de algún dios?


tiempo de consenso τ
ω
τ / ln N
1-ω
slope = -2
N=10
N=20
N=80
N=320
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1

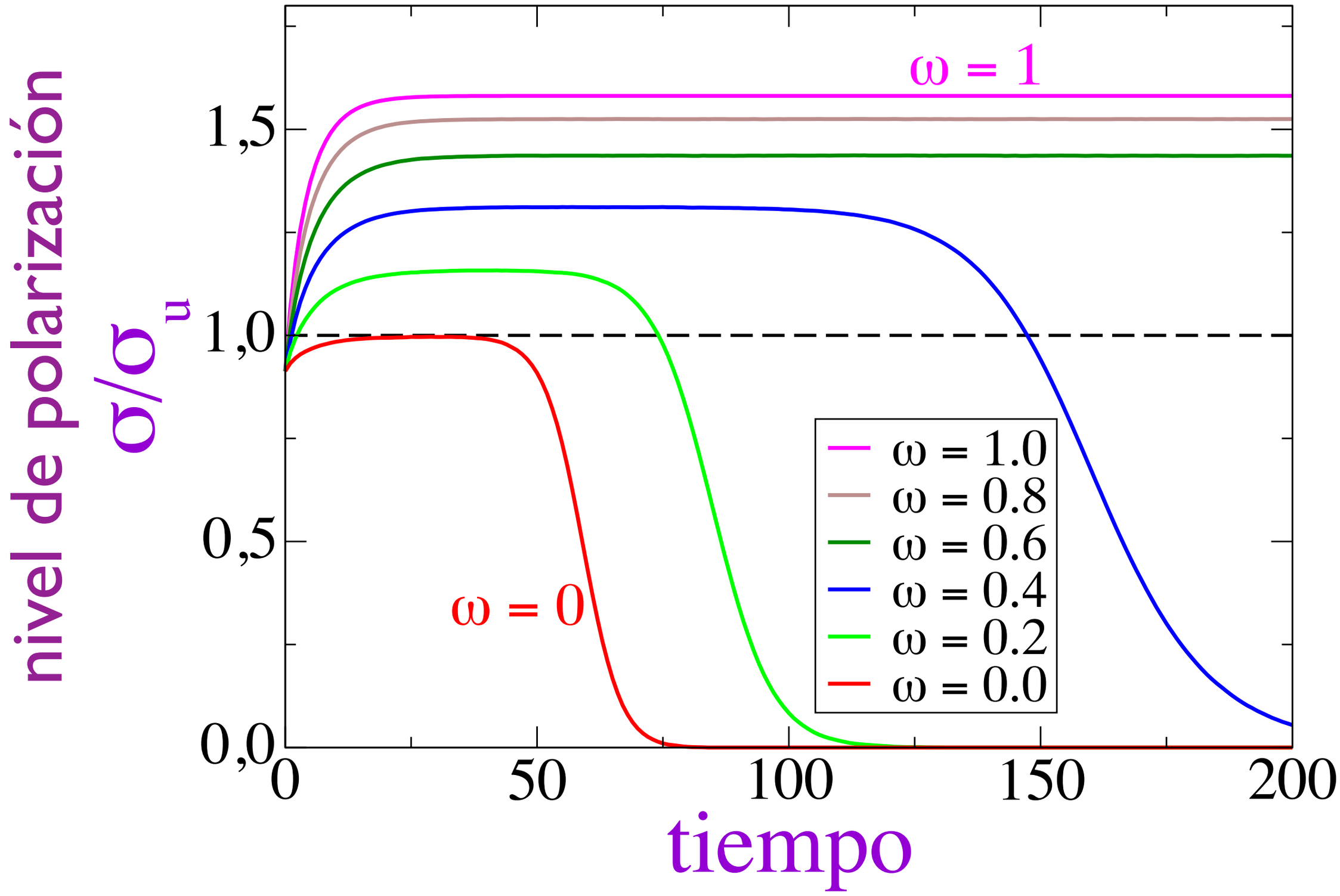
tiempo $\gtrsim 30$ $\quad p = k\,h, \quad k = 0,..,S \qquad S = \dfrac{1}{h}$

$$f(p) = \sum_{k=0}^{S} n_k\,\delta(p - kh)$$

$n_k =$ fracción de agentes con $p = k\,h$

$$\langle p \rangle = \int_0^1 p\,f(p) = \sum_{k=0}^{S} k\,h\;n_k$$

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^1 p\,f(p) = \sum_{k=0}^{S} k^2\,h^2\;n_k$$


nivel de polarización
σ/σ_u
1,5
1,0
0,5
0,0
0
50
100
150
200
tiempo
ω = 1
ω = 0
ω = 1.0
ω = 0.8
ω = 0.6
ω = 0.4
ω = 0.2
ω = 0.0