Problemas de Grafos y Tratabilidad Computacional
Take Home / 28-NOV-2024

Fecha de entrega: 12-DIC-2024.

1. Determinar si existen relaciones de contención entre las siguientes subclases de grafos y fundamentar sus respuestas (en el caso afirmativo da una demostración y en el caso negativo, mostrar un grafo que está en cada diferencia de clases, hay que considerar todas las posibilidades).
   - grafos de intervalos
   - grafos arco-circulares propios
   - grafos arco-circulares unitarios
   - grafos arco-circulares normales
   - grafos arco-circulares Helly
2. Probar que dado un modelo de intervalos propios $\mathcal{M} = \{I_1 = (s_1, t_1), \cdots, I_n = (s_n, t_n)\}$ donde $s_1, \cdots, s_n$ están ordenados de izquierda a derecha sobre la recta real, el digrafo de segmentos asociado a $\mathcal{M}$ es fuertemente conexo. (Sugerencia: por inducción)
3. Dado G un grafo de intervalos.
   (a) Describir un algoritmo que determina un conjunto dominante mínimo de G. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
   (b) Describir un algoritmo que determina un clique transversal mínimo de G. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
4. Un grafo es outerplanar si existe una representación planar donde en la región externa están todos los vértices del grafo. Un grafo es outerplanar maximal si es outerplanar y con cualquiera arista que se le agrega deja de serlo. Dar los únicos grafos outerplanares maximales que poseen DIM y probar que no hay otros.
5. Dados un grafo $G = (V, E)$ y una arista $e = (v, w) \in E$, una triple subdivisión de e es sustituir e por 3 vértices nuevos de grado 2 u_1, u_2, u_3 y las aristas $(v, u_1), (u_1, u_2), (u_2, u_3)$ y (u_3, w).
   - Probar que si G tiene un PED con k aristas entonces G', el grafo resultante de aplicar una triple subdivisión a una arista cualquiera de G, tiene un PED de $k + 1$ aristas.
   - Probar lo mismo para DIM que es un tipo particular de PED.
   - ¿Es cierta la vuelta para PED y/o DIM? En caso que sea cierta, probarla. Caso contrario, explicar por qué no.
   - Probar el problema de la existencia de DIM en grafos bipartitos es NP-Completo sabiendo que lo es para grafos generales.